

Problemes Àlgebra 22

211.- Siga $xy + x + y = 44$ i $x^2y + xy^2 = 448$.

Determineu el valor de $x^2 + y^2$.

KöMaL, C1312.

212.- Determineu tots els nombres reals x tal que $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ és un nombre enter positiu i $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x$ és un nombre primer.

KöMaL B4739.

213.- Resoleu en el conjunt dels nombres reals l'equació:

$$4x^2y^2 + z^4 + \sqrt{3x^2y - 6x^2} + 16 = 7z^2 + 4xyz.$$

KöMaL, C1320.

214.- Siguen a, b, c nombres reals positius tals que

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1.$$

Proveu que $54abc \leq (a + b + c)^2 (a + b + c + 9)$.

Gaceta problema 285

215.- Siguen x, y i z nombres reals positius.

Determineu el valor màxim de l'expressió

$$\frac{x + 2y}{2x + 3y + z} + \frac{y + 2z}{2y + 3z + x} + \frac{z + 2x}{2z + 3x + y}.$$

Crux Mathematicorum 4016.

216.- Resoleu la següent equació $2^{\sin^2 x} = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}$.

KöMaL 1328.

217.- Proveu que $\sqrt{2x\sqrt{(2x+1)\sqrt{(2x+2)\sqrt{2x+3}}}} < \frac{15x+6}{8}$ per a tot $x > 0$.

KöMaL, B4753.

218.- Siguen x, y, z tres nombres reals positius tal que $x + y + z = 1$.

Proveu que

$$\frac{x+1}{x^3+1} + \frac{y+1}{y^3+1} + \frac{z+1}{z^3+1} \leq \frac{27}{7}.$$

Crux Mathematicorum 4044.

219.- Els zeros del polinomi $f(x) = x^2 - ax + 2a$ són nombres enters.

Determineu la suma dels possibles valors de a .

Crux Mathematicorum, CC171.

220.- Siguen a, b i c tres nombres reals positius tal que $a + b + c = 3$.

Proveu que $\frac{ab}{a+ab+b} + \frac{bc}{b+bc+c} + \frac{ac}{a+ac+c} \leq 1$.

Crux Mathematicorum 4027.