

Problemes Àlgebra 4

31.- Resoleu el sistema d'equacions lineals:

$$\begin{cases} ax + by + cz = a + b + c \\ bx + cy + az = a + b + c \\ cx + ay + bz = a + b + c \end{cases} \text{ suposant que } a, b, c \text{ són reals tals que } a + b + c \neq 0.$$

32.- Resoleu el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 1 \\ x^2 + xz + z^2 = 4 \\ y^2 + yz + z^2 = 7 \end{cases}$$

33.- Resoleu el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + xz + yz = 27 \end{cases}$$

34.- Resoleu les següents equacions:

a) $|x - 2| + |x - 1| = 2$.

b) $|x - 2| + |x - 1| = 1$

35.-

a) Si $x + y = 2$ i $x^3 + y^3 = 6$, calculeu $x^2 + y^2$.

b) Si la suma de dos nombres és 3 i el seu producte és 4. Calculeu el valor de la suma dels seus inversos.

36.- Si $16x^2 - 12x + 1 = 0$, calculeu $J = \sqrt{\frac{256x^4 - 48x^2 + 1}{16x^2}}$.

37.- Calculeu $M = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$.

38.-

a) Calculeu $N = \log(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 20) - \log(9!)$

b) Calculeu $P = a^k + b^t$, essent $k = \frac{1 + \log_a b}{1 + \log_b a} \log_b 5$, $t = \frac{1 + \log_b a}{1 + \log_a b} \log_a 55$

39.- Demostreu que si $\cos(\alpha + \beta) = 0$ aleshores $\sin(\alpha + 2\beta) = \sin \alpha$.

40.- Si $\sin \alpha = A \cdot \sin(\alpha + \beta)$ i $\alpha + \beta \neq 90^\circ + 180^\circ k$, $\forall k \in \mathbb{Z}$, aleshores,

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\sin \beta}{\cos \beta - A}.$$