

Problemes àlgebra 5

41.- Es considera el conjunt, diguem-li M , de les matrius 3×3 els elements de les quals són $+1$, o -1 . Es demana:

a) El cardinal de M .

b) Proveu que el determinant de cadascuna d'aquestes matrius és múltiple de 4.

c) Determineu el conjunt $B = \{\det A \mid A \in M\}$.

Oposicions Balears 2005.

42.- Calculeu $S_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^3 + 6n^2 + 11n + 6}$.

43.- Demostreu que $\sin \alpha \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin 3\alpha < \frac{3}{4}$.

44.- Determineu les solucions enteres de l'equació $2^{2x} - 3^{2y} = 55$.

45.- Resoleu l'equació $\frac{x^2 - x + 2}{x^2 + 1} = a$ segons els valors de a .

46.- Demostreu que amb la condició $2x + 4y = 1$ s'acompleix la desigualtat:

$$x^2 + y^2 \geq \frac{1}{20}.$$

47.- Resoleu el sistema
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^5 + y^5 = 31 \end{cases}$$

48.- Demostreu que:

a) $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = 4$.

b) $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = 2$

49.- Demostreu que $\left(\frac{1+n}{2}\right)^n \geq n! \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

50.- Demostreu que si $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$, aleshores $\frac{a+b+c}{3} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}$.