

## Problemes Anàlisi 2

11.- Determineu el polinomi de grau 3 que passa pels punts:

X	4	6	8	10
Y	1	3	8	20

- a) Utilitzant la fórmula de Newton.  
 b) Utilitzant la fórmula de Lagrange.

12.-

a) Utilitzant la fórmula d'interpolació de Newton calculeu:

$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ .    b) Calculeu  $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ .

c) Calculeu  $S_n = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4$ .

13.- Calculeu el volum de la corba  $\begin{cases} x = a \cdot \cos t \\ y = b \cdot \sin t \end{cases}$  al girar  $360^\circ$  sobre l'eix OX.

14.-

a) Calculeu l'àrea afitada entre l'eix OX i un arc de la cicloide.

b) Calculeu la longitud d'un arc de la cicloide

L'equació de la cicloide és  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ .

15.-

a) Calculeu l'àrea afitada per la corba  $\rho = a(1 + \cos \omega)$   $\omega \in [0, 2\pi]$  (la cardioide).

b) Calculeu el volum engendrat per la cardioide al girar sobre l'eix polar.

16.- Demostreu que si la funció  $f(x) = \sin(x) + \cos(bx)$  és periòdica aleshores b és racional.

17.- Donada la corba  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , es tracen tangents a ella que tallen els eixos OX

OY en els punts A, i B. Determineu el punt de tangència per al qual el segments  $\overline{AB}$  que es troba entre els semieixos positius, té longitud mínima, determineu la longitud del segment  $\overline{AB}$ .

18.- Siga la funció  $f(x)$  contínua en  $[0,1]$  tal que  $f(0) = 0$  i derivable en  $x \in ]0,1[$ .

Demostreu que si  $f'(x)$  és creixent en  $x \in ]0,1[$  aleshores la funció  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  és creixent en  $x \in ]0,1[$ .

19.- De tots els trapezis que tenen tres costats iguals determineu el d'àrea màxima.

20.-

a) Si  $f(x)$  és derivable en  $\mathbb{R}$  i  $f'(x) = f(x)$  per a tot  $x$ , aleshores, existeix un nombre real  $c$  tal que  $f(x) = c \cdot e^x$ .

b) Determineu totes funcions reals que admeten derivada contínua en  $\mathbb{R}$  tals que per a tot  $x$ :

$$(f(x))^2 = \int_0^x ((f(t))^2 + (f'(t))^2) dt.$$