

## Problemes Anàlisi 7

61.- Siga l'equació  $\ln x - \frac{x}{\lambda} = 0$ , amb  $\lambda \in \mathbb{R}$  i  $\lambda \neq 0$ .

a) Demostreu que existeix  $\lambda$  real per al qual l'equació no té solució i a més a més no és únic.

b) Determineu en funció de  $\lambda$  el nombre de solucions que té l'equació.

Oposicions Castella la Manxa 2004.

62.- Calculeu la suma de les àrees de les regions del primer quadrant limitades per la corba  $y = e^{-x} \sin x$  i l'eix OX.

Oposicions Conca 1998.

63.- Una semicircumferència de radi  $r$  es divideix en  $n + 1$  parts iguals i s'uneix un punt qualsevol de la divisió amb els extrems, formant-se un triangle rectangle d'àrea  $A(k)$ .

Es demana calcular el límit quan  $n$  tendeix a més infinit de la mitjana aritmètica de les àrees d'aquests triangles.

Oposicions de Múrcia 1998.

64.- Donada la funció  $f(x) = |x^3 - 6x^2 + 5x| + 2x - 2$ .

a) Determineu els seus elements gràfics més rellevants (interval de creixement i decreixement, màxims i mínims, etc.) i representeu-la gràficament.

b) Calculeu l'angle que formen les dues rectes tangents laterals a la corba en els punts  $x = 1$ ,  $x = 5$

Oposicions Catalunya 1997.

65.- Determineu els valors de  $a$  a fi que l'equació  $a \cdot 3^x + 3^{-x} = 3$  tinga solució única.

66.- Calculeu l'àrea afitada per la corba  $x(x^2 + y^2) - a \cdot y^2 = 0$  i la seua asymptota  $a > 0$ .

Oposicions Cantàbria 2004.

67.- Calculeu el domini, les asymptotes, els màxims i mínims i feu un esquema senzill

de la gràfica de la funció  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2(x-1)}}{\sqrt{|x^2-4|}}$ .

68.- Calculeu el límit de la suma  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right)$

Oposicions Madrid 2002

69.- Representeu les gràfiques de les corbes  $y(x^2 + 3) = 1$  i  $8xy - x + 1 = 0$ .

Determineu l'àrea limitada per les corbes i els semieixos positius.

Oposicions Andalusia 1998.

70.- Es considera la funció real de variable real  $f(x) = (x + 1)^2 \cdot e^{-x}$ .

a) Estudieu la funció i representeu-la gràficament.

b) Calculeu la primitiva de  $f(x)$  que s'anul·la per a  $x = 1$

c) Expressau l'àrea del recinte limitat per la corba l'eix OX i les rectes  $x = 1$ ,  $x = a > 1$ .

d) Calculeu el límit d'aquesta àrea quan  $a$  s'aproxima a més infinit.

Oposicions Andalusia 2004.