

Problemes Anàlisi 8

71.- Donada la successió de terme general a_n tal que $a_n = 5a_{n-1} + 3$, $a_1 = 2$.

a) Determineu $E = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{5^n}$.

b) Calculeu $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}}$.

Oposicions Andalusia 2004.

72.- Determineu en cadascun dels casos, les equacions de les corbes que verifiquen les condicions:

a) El pendent de la tangent en un punt qualsevol (x, y) és la meitat del pendent de la recta que uneix aquest punt amb l'origen.

b) La normal en cada punt, la recta que uneix aquest punt amb l'origen i l'eix OX formen un triangle isòsceles que té en l'eix OX el costat desigual.

c) El segment de la normal traçada a qualsevol punt (x, y) que té extrems aquest punt i la seua intersecció amb OX es divideix en dues parts iguals per l'eix OY.

Oposicions Càceres 2002.

73.- Determineu l'equació de la recta tangent a la corba $y = 3x^4 - 4x^3$ en dos punts distints.

74.- Calculeu la integral $\int_{-1}^1 \frac{x^{2n}}{1+e^x} dx$.

75.- Siga $f :]0, +\infty[\rightarrow]0, +\infty[$ una funció tal que $f(x) \cdot f(y) - f(xy) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$, $x, y > 0$.

a) Calculeu $f(1)$.

b) Calculeu $f(x)$.

76.- Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció $f(x) = e^{-x} \sin x$ i el semieix positiu OX.

Oposicions Eivissa 2002.

77.- Demostreu que per a tot $x \in \mathbb{R}^+$, $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$.

Oposicions Eivissa 2002.

78.- Calculeu $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{p=1}^n \left(1 + \frac{p}{n^2}\right)$.

Oposicions Eivissa 2002.

79.- Calculeu el següent límit:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{2}{1} + \frac{3^2}{2} + \frac{4^3}{3^2} + \dots + \frac{(n+1)^n}{n^{n-1}} \right)$. Oposicions Castella-Lleó 2004.

80.- Justifiqueu si existeix alguna funció $f(x)$ derivable en tots els reals amb $|f(x)| < 2$ per a tots els reals i que compleisca $f(x) \cdot f'(x) \geq \sin x$.

Oposicions Madrid 2004.

