

Problemes d'anàlisi 9

81.- a) Determineu la longitud d'arc des de $\theta = 0$ fins $\theta = 2\pi$ corresponent a la cardioide $\rho = 3 - 3 \cos \theta$.

b) Determineu l'àrea de la regió comuna a les regions limitades per la cardioide anterior i per la circumferència $\rho = -6 \cos \theta$.

Oposicions la Rioja 2006.

82.- Siga la funció $f(x) = \ln x$.

a) Determineu la longitud d'arc de la corba entre $x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{3}{2}$.

b) Determineu l'àrea de la corba afitada per l'eix OX i les rectes $x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{3}{2}$.

Oposicions Andalusia 2006.

83.- Calculeu l'àrea limitada pel bucle de la corba $y(x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 0$.

Oposicions de Galícia 2006.

84.- Es defineix la funció periòdica de període 1, que en $[0,1[$ ve definida per

$f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx$. Estudieu la seua derivabilitat.

Oposicions Astúries 2006.

85.- Calculeu la integral $\int \frac{(1 - \sqrt{1+x+x^2})^2}{x^2 \sqrt{1+x+x^2}} dx$.

Oposicions Galícia 2006.

86.- Siga $f(x)$ una funció que admet derivades fins l'ordre 3. Calculeu:

$$E = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^4} \begin{vmatrix} 1 & f(x) & f(x+h) \\ 1 & f(x+h) & f(x+2h) \\ 1 & f(x+2h) & f(x+3h) \end{vmatrix}. \quad \text{Oposicions Galícia 2006.}$$

87.- Determineu la condició necessària i suficient que ha de complir la base a d'un sistema de logaritmes a fi que en aquest sistema existesca, almenys un nombre igual al seu logaritme.

Oposicions Castella la Manxa 2006.

88.- Si $f : [-1,1] \rightarrow \mathbb{R}$ és una funció parella i contínua i si a és un nombre real positiu

$a \neq 1$, proveu que $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{a^x + 1} dx = \int_0^1 f(x) dx$.

Calculeu $\int_{-1}^1 \frac{e^x - 1}{(1 + e^x)(x^2 + 1)} dx$. Oposicions Balears 2006.

89.- Siga $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funció contínua en el tancat $[0,1]$ i derivable en el obert $]0,1[$ amb $f(0) = 0$ i $f(1) = 1$. Demostreu que per a tot nombre natural $n \geq 1$ es verifica que existeixen n nombres naturals q_i , amb $0 < q_1 < q_2 < \dots < q_n < 1$ tals que:

$$n = \sum_{i=1}^n f'(q_i). \quad \text{Oposicions Múrcia 2006.}$$

90.- Una paràbola té el focus en el punt $F(2,2)$ i les tangents a OX en el punt $P(4,0)$ i a OY en el punt $Q(0,4)$. Calculeu el volum engendrat pel segment parabòlic determinat per dita paràbola i la corda \overline{PQ} al girar al voltant del l'eix OX.

Oposicions Andalusia 2000.