Problemes de Geometría 13

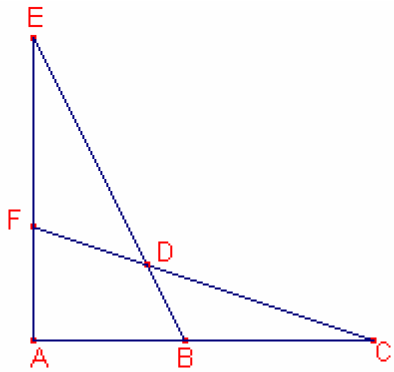
1.- En un trapezi ABCD, $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ paral·lels les diagonals $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$ s'intersecten en el punt P. Proveu que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{PBC}$ és mitjana proporcional entre les àrees dels triangle $\overset{\Delta}{ABP}$, $\overset{\Delta}{PCD}$.

2.- Donat un triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ traceu una secant que talle $\overline{AB}$ en M i a $\overline{BC}$ en N de manera que el quadrilàter AMNC i el triangle $\overset{\Delta}{BMN}$ tinguen el mateix perímetre i la mateixa àrea.

3.- Pel punt mig de la hipotenusa d'un triangle rectangle és traça una recta que talla el catet major amb un angle de 45º. Calculeu en funció de la hipotenusa, la suma dels quadrats dels segments determinats d'aquesta forma en el catet.

4.- Construir el quadrilàter inscriptible coneguts els costats: $p = \overline{AB}$, $q = \overline{BC}$, $r = \overline{CD}$, $s = \overline{DA}$.

5.- En la figura adjunta, $\overline{AE}$ i $\overline{AC}$ són perpendiculars.
$\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 18$, $\overline{AE} = 16$ i $\overline{AF} = 6$.
Determineu l'àrea del quadrilàter ABDF.
Concurs de primavera 2004.



6.- Determineu la distància del plànol $\pi \equiv x - 2y + z - 2 = 0$ a la corba d 'equacions $C \equiv \begin{cases} y = 0 \\ x^2 + z^2 + 6x + 8z + 23 = 0 \end{cases}$.
Oposicions Àvila 1998.

7.- En un triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$, $C = 90^o$, siga $\overline{CD}$ una altura.
Els cercles de centres P, Q, I estan inscrits en els triangles $\overset{\Delta}{ACD}$, $\overset{\Delta}{BCD}$, $\overset{\Delta}{ABC}$, respectivament.
Demostreu que el segment $\overline{PQ}$ és igual al segment $\overline{CI}$ i és perpendicular a ell.
Barroso 353

8.- Siguen T i T' dos triangles rectangles distints, d'hipotenusa a, a' i catets b, c i b', c' respectivament. Proveu que $aa'(bc'+b'c) = aab'c'+a'a'bc$ si i només si els triangles T i T' són semblants.
Barroso 352

9.- Considerem una circumferència de radi R.
Aquesta circumferència es divideix en n parts iguals mitjançant els punts $M_1, M_2, ...M_n$.
Cadascun d'aquests punts s'agafa con centre per traçar un arc de circumferència de radi r. suposant un valor de n suficientment gran, cadascun d'aquests arcs es talla amb el seu traçat des del punt anterior i amb el traçat des del següent formant una línia tancada que envolta la primera circumferència. Calculeu el límit de la longitud de la línia tancada quan el nombre de punts (és a dir n) augmenta indefinidament.
Oposicions Galícia 2006.

10.- Es dibuixen rosetes regulars de n pètals a l'interior d'un cercle $n > 2$.
Cada arc de cada pètal s'obté al dividir una circumferència en n parts iguals.
La figura adjunta mostra el cas $n = 8$. Quin és el límit de la fracció de l'àrea del cercle que ocupen les rosetes quan n tendeix cap a infinit?.
Oposicions Astúries 2006.