

Problemes geometria 18

1.- Dues circumferències c, c' tenen el mateix radi. Prenem dos punts fixos, A i A' , a cadascuna d'elles i, a més, hi definim dos punts B i B' variables de manera que els

arcs \widehat{AB} , $\widehat{A'B'}$ són iguals. Considerem el punt P que és el punt mitjà del segment $\overline{BB'}$.

Demanem:

Qüestió 1:

Quin és el lloc geomètric del punt P quan B es mou sobre la circumferència c , tot

mantenint que els arcs \widehat{AB} i $\widehat{A'B'}$ siguin iguals i del mateix sentit.

Qüestió 2:

Quin és el lloc geomètric del punt P quan B es mou sobre la circumferència c , tot

mantenint que els arcs \widehat{AB} i $\widehat{A'B'}$ siguin iguals i de sentit contrari.

2.- Siguen els punts fixos B i C d'una circumferència. Siga A un punt variable de la mateixa circumferència. Determineu el lloc geomètric dels peus de les perpendiculars baixades des del punt mig del segment \overline{AB} sobre el segment \overline{AC} .

Shariguin II 76.

3.- Siga el trapezi $ABCD$ de costats paral·lels \overline{AB} i \overline{DC} i les diagonals \overline{AC} i \overline{BD} es tallen en P .

a) si l'àrea del triangle $\triangle APB$ és 4 i la del triangle $\triangle DPC$ és 9.

(i) Demostreu que $\overline{AP} : \overline{PC} = 2 : 3$.

(ii) Expliqueu perquè la raó de les superfícies dels triangles $\triangle BPC$ i $\triangle BPA$ és igual a $3 : 2$.

(iii) Determineu l'àrea del trapezi $ABCD$.

b) Si l'àrea del triangle $\triangle APB$ és x i la del triangle $\triangle DPC$ és y Determineu l'àrea del trapezi $ABCD$ en funció de x, y .

Crux Mathematicorum M331

4.- Un quadrat de costat s està inscrit simètricament en un sector de circumferència de radi r i angle central 60° , té dos vèrtex en l'arc circular i dos en els costats que formen

els radis del sector. Determineu el valor exacte de $\frac{s}{r}$.

Crux Mathematicorum M281.

5.- Siga el quadrat $ABCD$ inscrit en un sector circular de radi 1 que té dos vèrtexs en l'arc i dos sobre els radis frontera (veure figura). Si l'angle central mesura 2θ , determineu el valor θ que fa l'àrea del quadrat màxima.

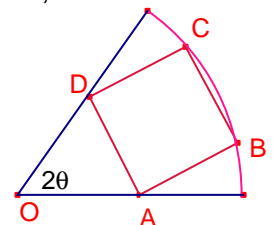
Crux Mathematicorum M317.

6.- Considerem el con de revolució amb una esfera inscrita tangent a la base del con. Circumscrivim a aquesta esfera un cilindre de forma que una de les bases siga la base del con. Siguen V_1, V_2 els volums del con i del cilindre, respectivament.

a) Proveu que $V_1 \neq V_2$.

b) Trobeu el menor k a fi que $V_1 = k \cdot V_2$. En aquest cas determineu l'angle que forma la base del con i la seua generatriu.

Oposicions Aragó 2006.



7.- Siga el quadrilàter ABCD inscrit en una circumferència en què $\overline{AB} = \overline{BC}$. Siga K el punt intersecció de les diagonals. Determineu la longitud del costat \overline{AB} si $\overline{BK} = b$, $\overline{DK} = d$.
Shariguin I194.

8.- Siga el triangle $\triangle ABC$. Siga R el punt mig del costat \overline{BC} . Siga S un punt del costat \overline{AC} tal que $\overline{CS} = 4 \cdot \overline{SA}$. Siga T un punt del costat \overline{AB} tal que l'àrea del triangle $\triangle RST$ és el doble de l'àrea del triangle $\triangle TBR$. Calculeu $\frac{\overline{AT}}{\overline{TB}}$.
Crux Mathematicorum 28-1 pàg. 2.

9.- Siguen 4 esferes d'igual radi R, cadascuna tangent a les altres tres. Determineu el radi de dues esferes que són simultània tangents a les quatre esferes.
Crux Mathematicorum M31.

10.- Una corda de 6 cm de longitud divideix la circumferència en dos segments circulars. En el menor està inscrit un quadrat el costat del qual mesura 2cm. Determineu el radi de la circumferència.
Gúsiev 195.