

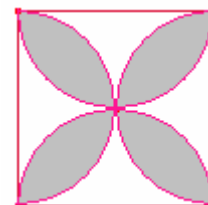
## Problemes de geometria 20

1.- La línia mitjana d'un trapezi isòsceles mesura  $a$  i les diagonals són perpendiculars. Calculeu la seua àrea. Gúsiev 250

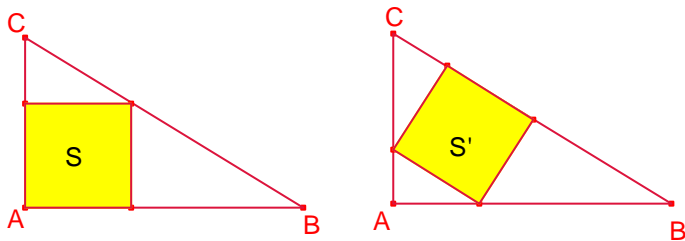
2.- Determineu l'àrea del paral·lelogram si els seus costats són  $a, b$   $a > b$  i l'angle que formen les seues diagonals és  $\alpha$ . Gúsiev 261.

3.- Calculeu l'àrea d'un trapezi amb un angle agut  $\alpha$  en la base si sabem que una de les bases del trapezi és el diàmetre de la circumferència de radi  $R$  circumscriu la trapezi. Gúsiev 262.

4.- La figura està formada per un quadrat i 4 semicircumferències que passen per dos vèrtexs consecutius i pel centre del quadrat. Calculeu la proporció entre l'àrea de la zona ombrejada i l'àrea del quadrat. G 285



5.- Volem inscriure en un mateix triangle rectangle  $\triangle ABC$  un quadrat  $S$  d'àrea 441 i un quadrat  $S'$  d'àrea 440 (veure figura). Calculeu les mides dels costats del triangle  $\triangle ABC$



Xtec abril 2008

6.- Siga una circumferència inscrita en un quadrat  $ABCD$  tangent al costat  $\overline{AD}$  en el punt  $M$ . siguin  $F, E$  dos punts que pertanyen als segments  $\overline{AM}$  i  $\overline{MD}$ , respectivament, equidistants de  $M$ . Demostreu que si el segment  $\overline{BE}$  és paral·lel a la tangent a la circumferència traçada per  $F$  i distinta de  $FM$ , aleshores,  $F$  és el punt mig del segment  $\overline{AM}$ . Gaceta Matemática 98.

7.- En un quadrilàter  $ABCD$  coneguem  $\angle A = \angle D = 60^\circ$ ,  $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ,  $\overline{CD} = 2\sqrt{3}$ ,  $\overline{BC} = 3$ . Determineu els angles i l'altre costat del quadrilàter. Gúsiev 107.

8.- En un rectangle  $ABCD$  la base  $\overline{AD}$  està dividida pels punts  $M, P$  en tres parts iguals. Demostreu que la suma dels angles  $\angle AMB$ ,  $\angle APB$  i  $\angle ADB$  és igual a  $90^\circ$  si sabem que  $\overline{AD} = 3 \cdot \overline{AB}$ . Gúsiev 70.

9.- Un triangle  $\triangle ABC$  és equilàter si i només si  $(a+b+c)\left(\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}\right) = 9$ .

Francisco Bellot. Triángulos especiales 1.

10.- Siga el triangle  $\triangle ABC$  d'àrea  $K$ . Per a cada punt  $P$  del segment  $\overline{AB}$ , més pròxim del punt  $A$  que del punt  $B$ , considerem els punts  $Q$  del segment  $\overline{AC}$ ,  $R$  de  $\overline{BC}$  i  $S$  de  $\overline{AB}$  tal que  $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ,  $\overline{QR} \parallel \overline{AB}$ ,  $\overline{RS} \parallel \overline{AC}$ . Determineu el valor màxim de l'àrea del quadrilàter  $PQRS$ .