

Problemes geometria 21

1.- Siga C un punt sobre la circumferència de centre O i radi r. Siga \overline{AB} una corda de longitud r paral·lela a \overline{OC} . La recta AO talla la circumferència en E i talla la tangent a la circumferència per C en el punt F. La corda \overline{BE} talla el segment \overline{OC} en el punt L, i la recta AL talla \overline{CF} en M. Determineu la raó $\overline{CF} : \overline{CM}$.

Crux Mathematicorum M351.

2.- Siga un con de revolució de vèrtex C i una base de radi 8 i apotema 24. Siga A, B dos punts de la circumferència base situats sobre un diàmetre, i P un punt sobre el segment \overline{CB} .

a) Si $\overline{CP} = 18$, determineu el camí més curt sobre el con partint de A i passant per P i finalitzant en A.

b) Trobeu la posició de P sobre \overline{CB} que minimitza la longitud més curta del camí mencionat en a).

Crux Mathematicorum M355

3.- En els costats d'un quadrilàter, com a diàmetres s'han construït semicircumferències, amb la particularitat que dues semicircumferències oposades estan dirigides a l'interior del quadrilàter i les altres dues, a l'exterior. Demostreu que els punts mig de les circumferències formen un paral·lelogram.

Gúsiev 522

4.- Des del punt A exterior a la circumferència de centre O i radi 2cm s'ha traçat la tangent AK. El segment \overline{OA} s'intersecta amb la circumferència en el punt M i forma amb la tangent un angle de 60° . Determineu el radi de la circumferència inscrita en el triangle curvilini MKA.

Gusiev 207

5.- L'arc d'una circumferència de radi R està comprés en l'angle central 2α , $\left(\alpha < \frac{\pi}{2}\right)$.

La corda que comprén l'arc divideix el cercle en dos segments. En el menor s'ha inscrit un quadrat. Determineu el costat del quadrat.

Gúsiev 199.

6.- Siga el quadrilàter inscritible en una circumferència ABCD tal que les seues diagonals es tallen en el punt K si $a = \overline{AB}$, $b = \overline{BK}$, $c = \overline{AK}$ i $d = \overline{CD}$, calculeu \overline{AC} .

Shariguin I80.

7.- Un trapezi està inscrit en una circumferència. La base del trapezi forma un angle α amb el costat i un angle β amb la diagonal. Calculeu la proporció entre l'àrea del cercle i l'àrea del trapezi.

Shariguin I81

8.- El costat d'un quadrat ABCD és a. En els costats \overline{AD} , \overline{AB} estan agafats els punts K, P, respectivament, tal que $\overline{AK} : \overline{AD} = 1 : 2$, $\overline{AP} : \overline{AB} = 1 : 3$. En el quadrat està inscrit un trapezi de base \overline{PK} . Determineu l'àrea màxima del trapezi.

Gúsiev 561.

9.- Demostreu que la suma de les quartes potències de les distàncies d'un punt donat, situat en el plànol de qualsevol circumferència, fins els vèrtexs de tot quadrat inscrit en ella és constant.

Gúsiev 534.

10.- Al defora d'un paral·lelogram s'han construït en els seus costats quadrats. Demostreu que els centres d'aquests quadrats formen un quadrat.

Gúsiev 458