

Problemes Geometria 31

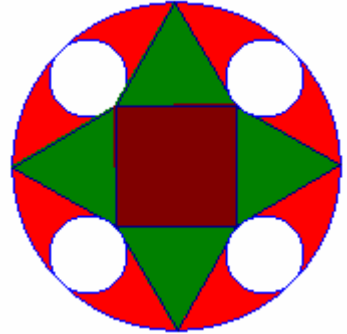
1.- Siga el triangle $\triangle ABC$ tal que $\overline{AC} \neq \overline{AB}$. Siga E tal que $\overline{AE} = \overline{BE}$ i \overline{BE} perpendicular a \overline{BC} . Siga F tal que $\overline{AF} = \overline{CF}$ i \overline{CF} perpendicular a \overline{BC} . Siga D la intersecció de la recta tangent a la circumferència circumscrita al triangle en A i la recta BC. Proveu que els punts D, E, F estan alineats.

Olimpiada Rússia 2003.

2.- Dins d'una circumferència de radi R s'ha dibuixat 1 quadrat, 4 triangles equilàters sobre els costats del quadrat i 4 circumferències tangent a la circumferència exterior i tangent als costats del triangle.

Calculeu el radi d'aquestes 4 circumferències.

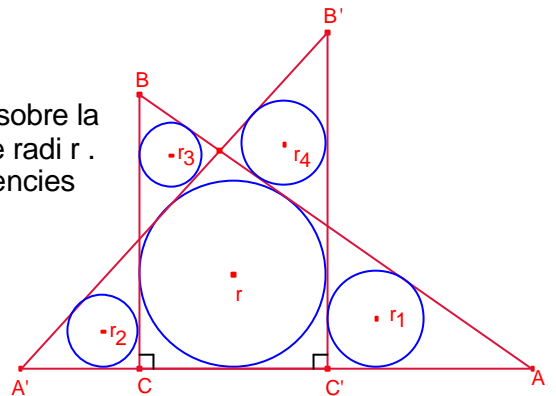
Sangaku.



4.- Dos triangles $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ amb vèrtexs A', C, C', A sobre la mateixa recta, tenen la mateixa circumferència inscrita de radi r. Com es veu en el dibuix, s'han dibuixat quatre circumferències inscrites de radis respectius r_1, r_2, r_3, r_4 .

Demostreu que $r_1 \cdot r_3 = r_2 \cdot r_4$.

Sangaku. Calendari SM octubre 2010.



5.- Siga el triangle rectangle $\triangle ABC$ $\angle A = 90^\circ$ de catet c fix i b i a variables.

Des del vèrtex A tracem l'altura $\overline{AH_a}$ i la bisectriu $\overline{AV_a}$, on H_a i V_a són els seus peus sobre \overline{BC} , respectivament.

Calculeu els següent límit:

$$\lim_{b \rightarrow c} \frac{\overline{AV_a} - \overline{AH_a}}{\overline{H_aV_a}^2}.$$

6.- El trapezi isòsceles ABCD de bases paral·leles \overline{AB} i \overline{CD} té una circumferència que és tangent als quatre costats. Siga R el punt de Tangència de la circumferència i el costat \overline{BC} i P el segon punt d'intersecció de la recta AT i la circumferència.

Si sabem que $\frac{\overline{AP}}{\overline{AT}} = \frac{2}{5}$, calculeu $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$.

OMA 26 Olimpiada Argentina Nacional.

7.- En un polígon regular de 9 costats, de costat c , calculeu la diferència entre la diagonal major i la diagonal menor del polígon.

OMA 26 regional

8.- Donades les rectes $r \equiv x - y + 12 = 0$, $s \equiv 2x + y + 9 = 0$, determineu la recta que passa per l'origen de coordenades i amb les rectes r, s forma un triangle d'àrea 1'5 unitats quadrades.

Kletenik 297

9.- Siga T el peu de l'altura traçada des del vèrtex A del triangle acutangle $\triangle ABC$.

Les perpendiculars des de T als costats \overline{AB} , \overline{AC} tallen aquests costats en els punts P i Q , respectivament. Proveu que el quadrilàter $BPQC$ és cíclic.

Kömal C1052. Novembre 2010.

10.- Considerem el cub $ABCD A' B' C' D'$.

Siga F el punt mig de l'aresta \overline{BC} .

Siga O el centre de la cara $CDD' C'$.

El plànel que passa pels punts A, F, O divideix el cub en dues parts.

Calculeu la raó entre els volums de les dues parts.

Kömal C1054. Novembre 2010.

