

Problemes Geometria 32

1.- Siga el triangle rectangle $\triangle ABC$, $C = 90^\circ$, $\overline{AC} = 1$.

La mitjana \overline{AM} talla la circumferència inscrita en els punts P, Q, (P entre A i Q) tal que $\overline{AP} = \overline{QM}$. Determineu la mesura del segment \overline{PQ} .

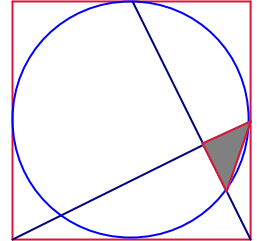
2.- En la figura hi ha un quadrat i el cercle que li és inscrit.

Tracem dos segments que uneixen dos vèrtexs consecutius del quadrat amb els punts migs dels costats oposats.

Considerem el triangle ombrejat que té per vèrtexs el punt mig d'un costat i els punts d'intersecció del segment anterior que no passa per aquest vèrtex amb l'altre segment i amb el cercle.

Si l'àrea del triangle és 10cm^2 determineu la mesura del costat del quadrat.

Proves Cangur 2010. Problema 29.



3.- Dos vèrtexs d'un triangle són fixos. El tercer vèrtex recorre una corba tal que la suma dels quadrats dels costats del triangle és igual a 8 vegades l'àrea del triangle. Quina corba recorre el vèrtex variable.

Kömal Desembre 2010. C1058.

4.- Considerem el quadrat ABCD.

Siga E el punt del més prop de B, del costat \overline{BC} tal que divideix el costat \overline{BC} en dos segments que estan en proporció 1:4.

Siga P el punt més prop de D, del costat \overline{DC} que divideix el costat \overline{DC} en dos segments que estan en proporció 1:2.

Siga F el punt simètric de P respecte de C. Les rectes AE i BF es tallen en el punt G. Proveu que G pertany a la circumferència circumscrita al quadrat ABCD.

Kömal desembre 2010, B4316.

5.- Siga el triangle $\triangle ABC$, siga D el peu de l'altura traçada des de A.

Siga E el punt mig de l'altura traçada des de B i F el punt mig de l'altura traçada des de C. Demostreu que $\angle EDF = A$.

Kömal gener 2010, B4324.

6.- El quadrilàter ABCD és inscritible en una circumferència.

Si $\overline{AB} = 10$, $\overline{AD} = 12$, $\overline{CD} = 11$ i la diagonal \overline{BD} passa pel punt mig de la diagonal \overline{AC} , determineu les mesures del costat \overline{BC} i les diagonals \overline{AC} , \overline{BD} .

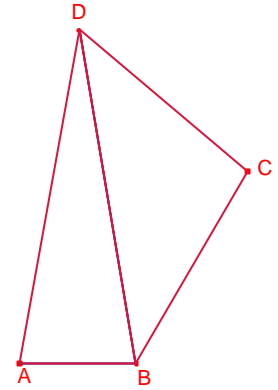
7.- Siga el triangle $\triangle ABC$, $\overline{BC} = 16$. Siga H l'ortocentre (intersecció de les altures).

Si el diàmetre de la circumferència circumscrita al triangle mesura 20, determineu la mesura del segment \overline{AH} .

8.- El quadrilàter ABCD de la figura té àrea unitat i està construït adjuntant dos triangles isòsceles $\triangle ABD$ i $\triangle BCD$ en què els costats desiguals són \overline{AB} i \overline{BD} , respectivament.

Si $\angle ADB = 20^\circ$ i $\angle DCB = 100^\circ$ calculeu el valor del producte $\overline{AC} \cdot \overline{BD}$.

Proves Cangur 2004, nivell 4. problema 30.



9.- En un cercle de radi r inscrivim un decàgon regular de vèrtexs $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}$.

Demostreu que $\overline{A_1A_4} - \overline{A_1A_2} = r$

Olimpíada local Catalunya 2011.

10.- Dos discos de 6cm i 18 cm de diàmetre, respectivament, són tangents exteriorment i estan envoltats per un fil, tal com mostra la figura.

Calculeu la longitud del fil que els envolta.

Proves Cangur 1999, nivell 4. Problema 22.

