Problemes Geometria 35

1.- Es possible recobrir un quadrat de costat $\frac{5}{4}$ amb 3 quadrat de costat 1.

Shariguin II358.

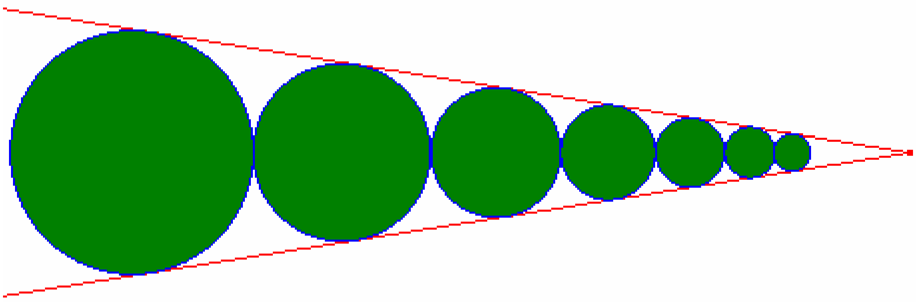
2.- El punt $P(8,4)$ divideix una corda de la paràbola $y^2 = 4x$ en la raó 1:4.
Determineu els punts extrems de la corda.
KóMaL, C1074. Maig 2011.

3.- Proveu que si $x^2 + 9y^2 - 4x - 24y + 16 = 0$, aleshores, $2 \le 3(x+y) \le 18$.
Concurs Nacional Rumania 2011. Junior. PJ42-3

4.- Siga el triangle rectangle $\overset{\Delta}{ABC}$, $A = 90^{o}$, siga D un punt de la hipotenusa $\overline{BC}$.
Siga M el punt mig del segment $\overline{AD}$ i N el punt mig del segment $\overline{CD}$.
Si $\angle ABM = \angle CAN$ proveu que $\overline{AD}$ és perpendicular a $\overline{BC}$.
Olimpíada Rumania 2011. Junior. PJ42-5.

5.- Donada una circumferència de radi r i un punt exterior P determineu la recta secant a la circumferència que passa pel punt P al que els punt on és secant i el centre de la circumferència formen un triangle d'àrea màxima.

6.- Una successió infinitat de circumferències tangent és a la vegada tangent a dues semirectes que formen un angle de 60º.
Determineu la suma de les àrees de tots els infinits cercles si el radi de la més gran és R.



7.- Un tetraedre està format per dos triangles equilàters de costat a i dos triangles rectangles isòsceles.
Determineu el volum del tetraedre.
KöMaL 1997, C480.

8.- L'altura i la generatriu d'un con recte formen un angle α.
Determineu la proporció dels volums de l'esfera tangent interior al con i el con.
KöMaL C484.

9.- Siguen el segments paral·lels $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ la distància dels quals és h.
Siga P un punt del segment $\overline{BC}$ tal que les rectes AP i CD s'intersecten en el punt E.
Determineu el punt P tal que la suma de les àrees dels triangles $\overset{\Delta}{ABP}$, $\overset{\Delta}{CEP}$ siga mínima.
Construïu el punt P amb regle i compàs.
KöMaL, 1998. Gy 3205.

10.- En una circumferència hi ha inscrites dues figures.
Un trapezi tal que una de les bases paral·leles és el diàmetre, i un triangle isòsceles que té els costats paral·lels als no paral·lels del trapezi.
Proveu que les dues figures tenen la mateixa àrea.
KöMaL 1998. Gy 3227