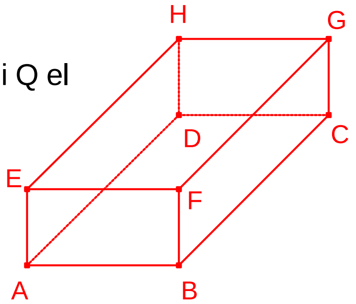
Problemes Geometria 36

1.- Determineu l'àrea de la figura del plànol formada pels punts P(x, y) tal que $|x+y|+|x-y|\le 4$.
KöMaL, C774.

2.- Siga l'ortoedre ABCDEFGH.
Siga S el punt mig de l'aresta $\overline{EH}$, R el punt mig de l'aresta $\overline{GH}$, i Q el punt mig de l'aresta $\overline{FG}$.



Demostreu que les àrees dels triangles $\overset{\Delta}{ASR}$, $\overset{\Delta}{DRQ}$ són iguals.
KöMaL, B3760.

3.- Siguen el rectangle ABCD, F el punt mig del costat $\overline{CD}$, E un punt del costat $\overline{BC}$ tal que $\overline{AF}$ és bisectriu de l'angle $\angle EAD$. Demostreu que $\overline{AF}$ és perpendicular a $\overline{EF}$.

4.- Un trapezi està inscrit en una circumferència de radi r.
Té tres costats de longitud s i el quart de longitud $r+s$, amb $s<r$.
Determineu la mesura dels seus angles.

5.- Siga el quadrat ABCD. Siga M un punt del costat $\overline{AB}$ i N un punt del costat $\overline{BC}$ tal que $\angle MDN = 45^{\circ}$. Els segments $\overline{DM}$, $\overline{DN}$ tallen la diagonal $\overline{AC}$ en els punts P, Q, respectivament.
Siga R el punt mig del segment $\overline{MN}$.
Proveu que $\overline{PR}=\overline{QR}$.

6.- Els quatre costats d'un trapezi isòsceles són tangents a una circumferència i els punts de tangència són vèrtexs d'un quadrilàter, l'àrea del qual és $\frac{4}{9}$ de l'àrea del trapezi.
Si a és la base menor i b la base major del trapezi, determineu $\frac{a}{b}$.

7.- Considerem el tetraèdre ABCD tal que $\overline{AD}=\overline{BD}=5$, $\overline{CD}=2\sqrt{6}$, $\angle BCD=\angle CDA=\angle ADB=90^{\circ}$.
a) Calculeu la distància del vèrtex D a la cara ABC.
b) Calculeu el radi de l'esfera circumscrita al tetraèdre ABCD.

8.- Siga el rectangle ABCD i siguen E sobre el costat $\overline{AB}$ i F sobre $\overline{CD}$ tal que AECF és un rombe. Si $\alpha=\angle BAC$, calculeu la proporció entre les àrees del rombe i del rectangle.

9.- Siga ABCDEF un hexàgon inscrit en una circumferència si $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{DE}$, $\overline{EF}=\overline{FA}$, aleshores, l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{BDF}$ és igual a la meitat de l'àrea de l'hexàgon ABCDEF.
KöMaL, B4387

10.- Es dibuixen tres semicercles externs sobre els costats del triangle acutangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
Les altures sobre els vèrtexs A, B, C intersecten els semicercles en els punts E, F, G, respectivament.
Proveu que l'hexàgon AGBECF és el desenvolupament pla d'una piràmide de base $\overset{\Delta}{ABC}$.
KöMaL, Gy3205. Abril 1998.