

Problemes Geometria 40

1.- En una circumferència les cordes \overline{AC} i \overline{BD} s'intersecten en el punt P.
 Les perpendiculars a \overline{AC} i \overline{BD} des dels punts C i D, respectivament, s'intersecten en el punt Q.

Demostreu que les rectes AB i PQ són perpendiculars.

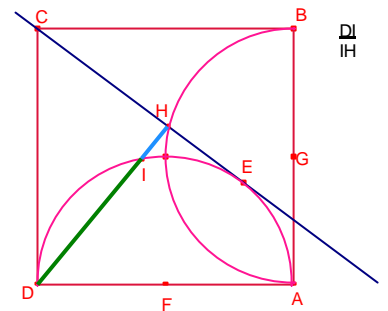
2.- Ens donen una circumferència c de radi r amb centre O, i un altre punt A.
 Considerem les circumferències c_i que passen per O i per A, cadascuna de les quals talla a la circumferència c en dos punts M_i i N_i ,

Demostreu que totes les rectes M_iN_i passen per un mateix punt fix P i situeu aquest punt a partir de les dades.

Xtec, Març 2012

3.- En la figura ABCD és un quadrat. La recta CE és tangent a la semicircumferència de centre F i diàmetre \overline{AD} . La recta CE talla en el punt H la semicircumferència de centre G i diàmetre \overline{AB} .

El segment \overline{DH} talla en el punt I la semicircumferència de centre F i diàmetre \overline{AD} . Determineu $\frac{DI}{IH}$. *Forogéometras, abril 2012.*



4.- Dues circumferències S_1 i S_2 es tallen en L i M.

Siga P un punt de S_2 , les rectes PL, PM tallen, novament, S_1 en Q i R, respectivament.

Les rectes QM i RL es tallen en K.

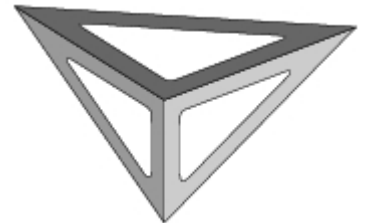
Demostreu que quan P varia sobre S_2 , K pertany a una circumferència fixa.

5.- Dos escaires iguals (30° , 60° , 90°) estan units pel catet menut de 10cm.

Un altre cartabó (45° , 45° , 90°) es col·loca a la part superior.

Una pilota de tennis de 3,2cm de radi cap en l'interior del tetràedre format?

KöMaL, C1119.



6.- Siguen B, C dos punts fixs. Determineu el lloc geomètric dels punts A tal que A és vèrtex del triangle $\triangle ABC$ que compleix que l'altura del vèrtex A és mitjana geomètrica dels segments $\overline{BC} + \overline{AC}$ i $\overline{BC} - \overline{AC}$.

KöMaL, B4439.

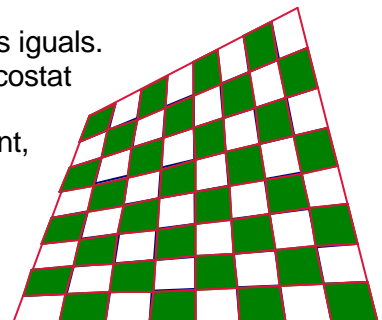
7.- En un quadrilàter convex, cada costat s'ha dividit en 8 parts iguals.

Cada punt d'un costat s'ha unit amb el punt corresponent del costat oposat mitjançant un segment com mostra la figura.

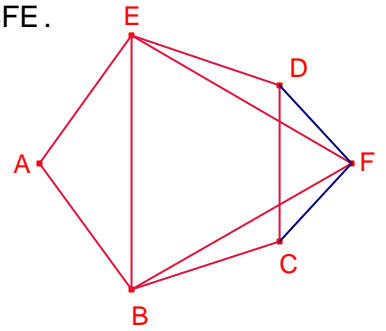
Cada quadrilàter de la figura s'ha pintat alternativament formant, talment, un tauler d'escacs.

Proveu que la suma les àrees pintades és la meitat de l'àrea del quadrilàter inicial.

KöMaL, C1116

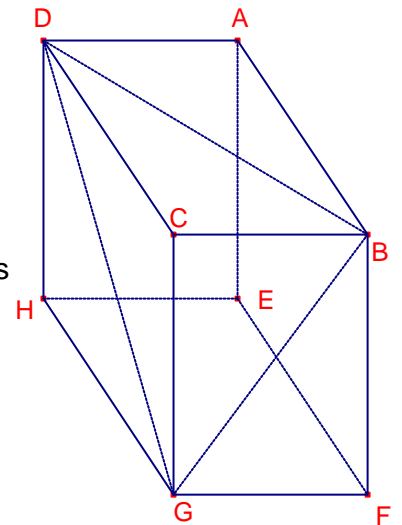


8.- Donat el pentàgon regular ABCDE dibuixem el triangle equilàter $\triangle BFE$.
 Determineu la mesura de l'angle $\angle CFD$.



9.- En la figura ABCDEFGH és un ortòedre tal que $\angle DGH = 45^\circ$ i $\angle FGB = 60^\circ$.

- Determineu el tipus de triangle $\triangle BDG$.
- Si $\overline{BC} = a$, calculeu el volum de la piràmide DGCB.
- Construiu amb regla i compàs el desenvolupament pla de la piràmide DGCB.
- Comproveu que la suma dels quadrats de les àrees de les cares de la piràmide DGCB que contenen el vèrtex C és igual al quadrat de l'àrea del triangle $\triangle BDG$.



10.- Siga la semicircumferència de diàmetre \overline{AB} i la semirecta tangent a la semicircumferència en el punt A.
 Siga M un punt qualsevol de la semicircumferència.
 La semirecta BM talla la tangent en el punt P.
 Siga la circumferència tangent en P a la semirecta AP i que passa per M

- Proveu que $\overline{BM} \cdot \overline{BP} = \overline{AB}^2$.
- Proveu que la circumferència és tangent a la semicircumferència inicial.

