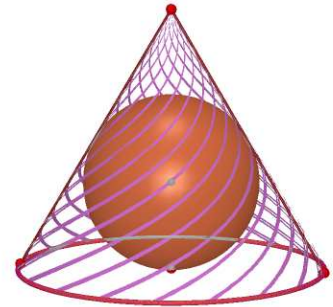


Problemes Geometria 58

1.- Una esfera de radi R està inscrita en un con tal que la generatriu és veu des del centre de l'esfera amb un angle α .
Determineu el volum del con.

Gúsiev, problema 855.



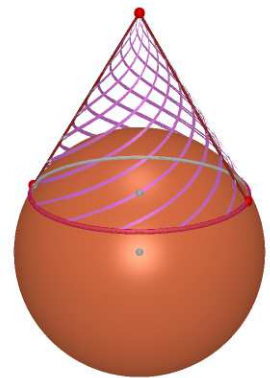
2.- La base d'una piràmide triangular és un triangle equilàter de costat 1.
Les altres arestes mesuren a .
Determineu la secció de la piràmide, perpendicular a la base, d'àrea màxima.
KöMaL

3.- Donada una el·lipse fixa de semieix major 5 i semidistància focal 4 determineu el lloc geomètric dels vèrtexs dels cons que la contenen.

4.- La perpendicular baixada des del baricentre de la base d'una piràmide triangular regular a l'aresta és d . Determineu el volum de la piràmide si l'angle diedre de l'aresta de la base és α .

Gúsiev, problema 815.

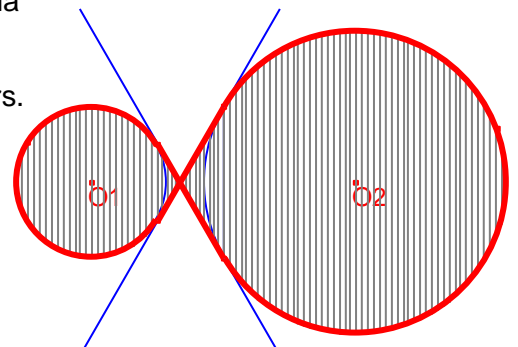
5.- Una esfera és tangent a la superfície lateral d'un con per la circumferència de la base.
Amb açò, la superfície de l'esfera es divideix en dues parts, de les quals l'àrea d'una d'elles és n vegades major que l'altra.
Determineu l'angle entre la generatriu del con i el plànol de la base.
Gúsiev, problema 859.



6.- Dues circumferències exteriors de radis R i $2R$ la distància entre els centres O_1, O_2 és $2R\sqrt{3}$.

A aquestes circumferències s'han traçat les tangents interiors. Determineu l'àrea comuna als segments tangents i als arcs majors de les circumferències que uneixen els punts de tangència.

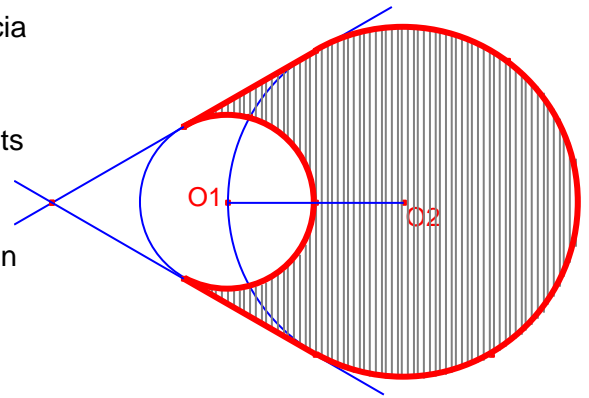
Gúsiev, problema 289.



7.- Dues circumferències de radis R i $2R$ la distància entre els centres O_1, O_2 és $2R$.

A aquestes circumferències s'han traçat les tangents exteriors.

Determineu l'àrea comuna als segments tangents i als arcs majors de les circumferències que uneixen els punts de tangència.



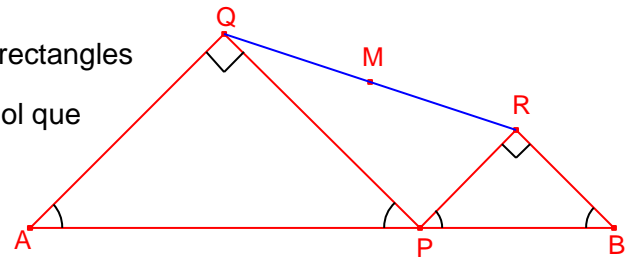
8.- Siga P un punt del segment \overline{AB} .

En els segments \overline{AP} , \overline{PB} es dibuixen els triangles rectangles

isòsceles $\triangle APQ$, $\triangle PBR$, (Q i R en el mateix semiplànel que determina \overline{AB}).

Siga M el punt mig del segment \overline{QR} .

Determineu el lloc geomètric del punt M al variar P sobre el segment \overline{AB} .



9.- En un quadrat $ABCD$ s'ha dibuixat la circumferència inscrita.

La tangent en un punt de la circumferència inscrita talla els costats \overline{AB} i \overline{AD} en els punts P, Q , respectivament.

La recta PQ talla la diagonal \overline{AC} en el punt R .

Proveu que $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} + \frac{\overline{AR}}{\overline{RC}} + \frac{\overline{AQ}}{\overline{QB}} = 1$.

10.- La longitud de l'aresta del cub $KLMNK'L'M'N'$ és 1.

Siga A un punt de l'aresta \overline{KL} tal que $\overline{AL} = \frac{3}{4}$.

Siga B un punt de l'aresta $\overline{MM'}$ tal que $\overline{MB} = \frac{3}{5}$.

Siga O el centre del cub.

Siga Π el plànel que passa pels punts A, B, O .

Siga P la projecció de N' sobre el plànel Π .

Calculeu la mesura del segment \overline{BP} .

Selectivitat russa juliol 1977. Problema 2.5.