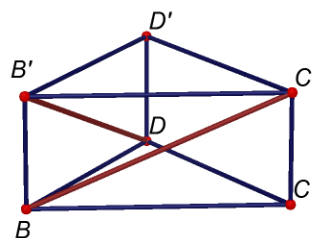


## Problemes Geometria 59

1.- Siga el prisma triangular regular  $BCDB'C'D'$  tal que l'angle que forma  $\overline{BC'}$ ,  $\overline{DB'}$  és  $\alpha$ , i  $\overline{BB'} = 2$ .

Calculeu l'aresta de la base  $\overline{BC}$ .

*Selectivitat russa juliol 1998. Problema 1.8.*



2.- En una piràmide PQRS (S el vèrtex) l'angle  $\angle PRQ = 90^\circ$ ,  $\overline{PR} = 3$ ,  $\overline{PQ} = 5$  i  $\overline{SR} = \sqrt{27}$ . Les cares laterals estan igualment inclinades respecte de la base  $\triangle PQR$ .

En la piràmide hi ha inscrit un cilindre. L'àrea lateral del cilindre és  $\frac{12}{5}\pi$ . La base inferior del cilindre es troba en el plànol de la base, i la circumferència de la base superior és tangent a cadascuna de les cares laterals de la piràmide.

Determineu el volum de la piràmide.

*Selectivitat russa 1988, juliol 1988 1.6.*

3.- En la piràmide triangular SBCD sabem que  $\overline{SD} \perp \overline{BC}$ ,  $\overline{SD} \perp \overline{BD}$ ,  $\overline{BC} = \overline{CD} = 4$ ,  $\overline{BD} = 3$  i  $\overline{SD} = 4$ . Determineu el radi de la circumferència circumscrita a la piràmide.

*Selectivitat russa, maig 2000. Problema 1.6.*

4.- En l'aresta  $\overline{SM}$  de la piràmide triangular regular SLMN, les arestes de les quals totes mesuren  $3a$ , s'agafa el punt A tal que  $\overline{SA} : \overline{AM} = 2 : 1$ . Pel punt A es traça el

plànol paral·lel a l'aresta  $\overline{SL}$  i a l'altura  $\overline{MK}$  del triangle  $\triangle KLM$ .

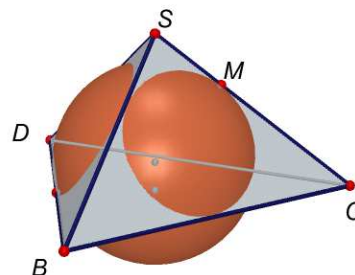
Determineu el perímetre de la secció determinada pel plànol.

*Selectivitat russa març 2001. Problema 1.6.*

5.- Siga la piràmide triangular regular SBCD de base el triangle

equilàter  $\triangle BCD$  de costat  $a$ . Una esfera és tangent a les arestes de la base i a l'aresta  $\overline{SC}$  en el punt M tal que

$\overline{SM} : \overline{MC} = 1 : 2$ . Determineu el radi de l'esfera.

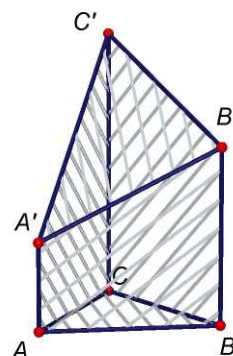


6.- La base d'un prisma és el triangle equilàter  $\triangle ABC$  de costat  $a$ .

Siguen els punts  $A'$ ,  $B'$  i  $C'$  de les arestes laterals tal que les

distàncies a la base  $\triangle ABC$  són  $\frac{1}{2}a$ ,  $a$ ,  $\frac{3}{2}a$ , respectivament.

Determineu l'angle que formen els plànols  $ABC$ ,  $A'B'C'$ .



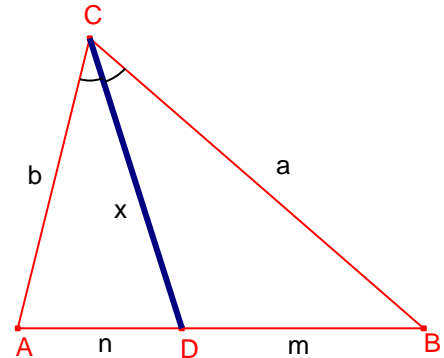
7.- En un triangle rectangle  $\triangle ABC$ ,  $B = 90^\circ$  es tracen les bisectrius interiors  $\overline{AM}$ ,  $\overline{CN}$ , tal que  $\frac{1}{AN} + \frac{1}{CM} = k$ . Determineu la longitud del radi de la circumferència inscrita al triangle  $\triangle ABC$ .

8.- En un triangle rectangle El segment que uneix l'incentre i el baricentre és paral·lel a un catet. Determineu la proporció entre els catets.

9.- En la figura  $\overline{CD} = x$  és bisectriu de l'angle C.

$\overline{AD} = n$ ,  $\overline{BD} = m$ .

Proveu que  $x^2 = ab - mn$ .



10.- Els costats d'un triangle són 3, 4, 5.

Determineu la recta que divideix el triangle en dues parts que tenen la mateixa àrea i el mateix perímetre.

*KöMaL, C1242. Setembre 2014.*