

## Problemes Geometria 60

1.- Siga el quadrilàter cíclic ABCD.

Siga M el punt intersecció de les diagonals del quadrilàter.

Siguen E, F, G, H les projeccions de M sobre els costats  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  i  $\overline{DA}$ , respectivament.

Determineu el centre de la circumferència inscrita en el quadrilàter EFGH.

2.- Siga  $\overline{AB}$  el diàmetre d'una circumferència de centre O.

Siga C un punt de la circumferència tal que  $\overline{OC}$  és perpendicular a  $\overline{AB}$ .

Siga P un punt de l'arc  $\widehat{BC}$ .

Les rectes CP i AB s'intersecten en el punt Q.

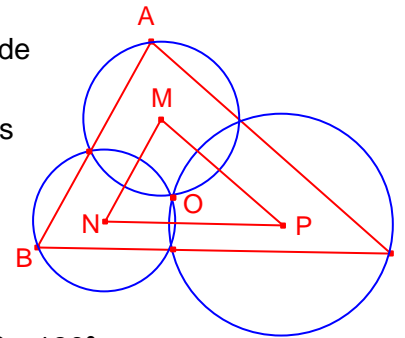
Siga R de la recta AP tal que les rectes RQ i AB són perpendiculars.

Demostreu que  $\overline{BQ} = \overline{QR}$ .

3.- Tres circumferències tenen un punt en comú O.

Pels costats del triangle  $\triangle ABC$  passen els altres punts d'intersecció de les parelles de circumferències (veure figura).

Demostreu que el triangle format pels centres de les circumferències és semblant al triangle  $\triangle ABC$ .



4.- Siga P un punt interior al rectangle ABCD tal que  $\angle APD + \angle BPC = 180^\circ$ .

Calculeu  $\angle DAP + \angle BCP$ .

5.- Sobre els costats  $\overline{AC}$  i  $\overline{BC}$  del triangle  $\triangle ABC$  i cap a l'exterior es dibuïen els paral·lelograms ACDE i BCFG.

Les rectes DE i FG s'intersecten en el punt H.

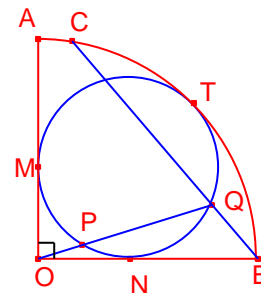
Sobre el costat  $\overline{AB}$  està construït el paral·lelogram ABML els costats  $\overline{AL}$ ,  $\overline{BM}$  del qual són paral·lels i iguals a  $\overline{HC}$ .

Demostreu que  $S_{ABML} = S_{ACDE} + S_{BCFG}$  (generalització del teorema de Pitàgores).

6.- En la figura,  $\overline{OA} = \overline{OB}$ ,  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  $\overline{OP} = 1$ ,  $\overline{PQ} = 3$ .

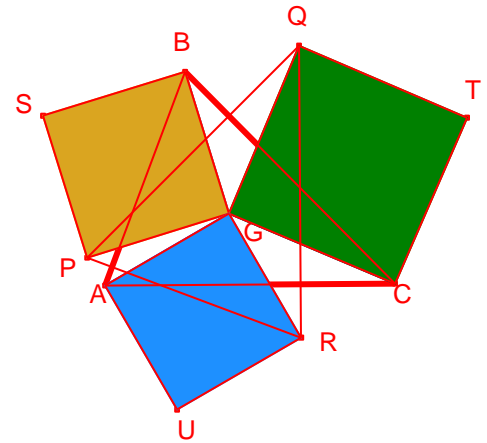
M, N, i T són punts de tangència.

Calculeu  $\overline{BQ} \cdot \overline{QC}$ .



7.- En la figura, G és el baricentre del triangle  $\triangle ABC$ .

Si  $\overline{PQ}^2 + \overline{PR}^2 + \overline{QR}^2 = 3$ , determineu la suma de les àrees dels tres quadrats.

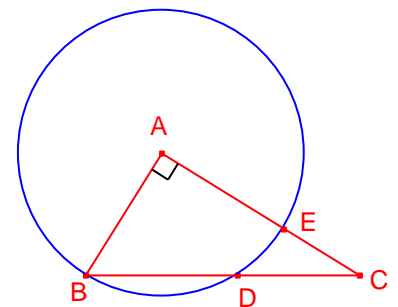


8.- Siga la circumferència de centre A i radi  $\overline{AB}$ .

S'ha dibuixat el triangle rectangle  $\triangle ABC$ ,  $\angle A = 90^\circ$ .

La circumferència talla els costats  $\overline{BC}$  i  $\overline{AC}$  en els punts D, E, respectivament.

Si  $\overline{BD} = 20$  i  $\overline{DC} = 16$ , determineu  $\overline{AC}^2$ .



9.- Demostreu que els segments que uneixen els punts migs de les arestes oposades d'un tetraedre es tallen en un punt que divideix els tres segments en parts iguals.

10.- Siga un triangle  $\triangle ABC$  inscrit en una circumferència i siga P el baricentre.

Les rectes AP, BP i CP tallen el cercle en els punts D, E, F.

Demostreu que  $\frac{\overline{AP}}{\overline{PD}} + \frac{\overline{BP}}{\overline{PE}} + \frac{\overline{CP}}{\overline{PF}} = 3$ .