

Problemes Geometria 61

1.- Si un punt P està situat sobre l'arc \widehat{CD} de la circumferència circumscrita al quadrat $ABCD$ es té: $\overline{PA}(\overline{PA} + \overline{PC}) = \overline{PB}(\overline{PB} + \overline{PD})$.

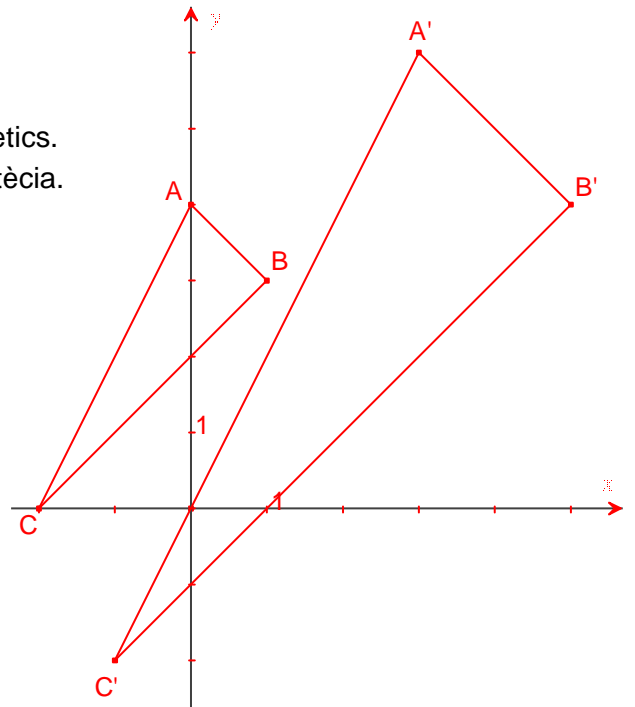
2.- Per un punt M exterior a una circumferència C de centre O i radi R , dibuixeu una recta que talle la circumferència en els punts N i N' , tal que N' siga el punt mig del segment \overline{MN} .

3.- Si un tetraedre té dues cares iguals, la suma de les perpendiculars traçades a aquestes cares des d'un punt de l'aresta oposada a la comuna a les dues cares és constant.

4.- Siguen $A(0, 4)$, $B(1, 3)$, $C(-2, 0)$

$A'(3, 6)$, $B'(5, 4)$, $C'(-1, 2)$.

Proveu que els triangles $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$ són homotètics.
Determineu el centre d'homotècia i la raó d'homotècia.



5.- Siguen A' , B' i C' , respectivament, punts dels costats \overline{BC} , \overline{CA} i \overline{AB} d'un triangle acutangle $\triangle ABC$, tals que $\angle BA'C' = \angle CA'B'$, $\angle CB'A' = \angle AB'C'$ i $\angle AC'B' = \angle BC'A'$.

Determineu la raó $\frac{S'}{S}$ entre les àrees dels triangles $\triangle A'B'C'$ i $\triangle ABC$.

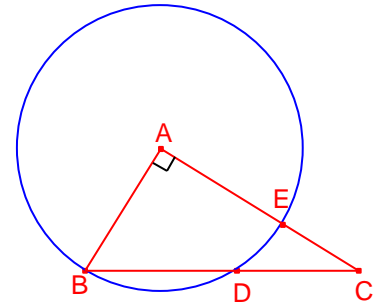
Proveu que $\frac{S'}{S} \leq \frac{1}{4}$. Quin és el triangle $\triangle A'B'C'$?

Gaceta 260

6.- Siga el triangle rectangle $\triangle ABC$, $A = 90^\circ$.

La circumferència de centre a i radi \overline{AB} talla els costats \overline{BC} i \overline{AC} en els punts D i E, respectivament.

Si $\overline{BD} = 20$ i $\overline{DC} = 16$, determineu \overline{AC}^2 .



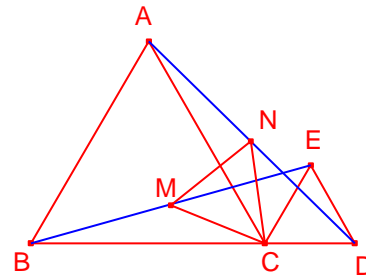
7.- En la figura, B, C i D estan alineats.

$\triangle ABC$ i $\triangle CDE$ són triangles equilàters.

Siga M el punt mig del segment \overline{BE} .

Siga N el punt mig del segment \overline{AD} .

Proveu que el triangle $\triangle MNC$ és equilàter.



8.- Siga un quadrilàter inscrit en una circumferència de radi 1.

La mesura del costat més curt del quadrilàter és menor o igual que $\sqrt{2}$.

9.- Siga el triangle rectangle $\triangle ABC$, $C = 90^\circ$ de catets de longitud 1.

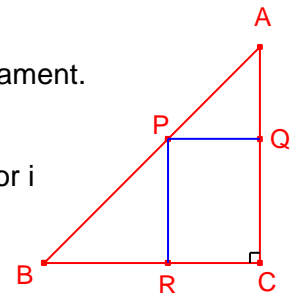
Siga P un punt de la hipotenusa.

Pels punts P tracem les projeccions Q i R als catets \overline{AC} , \overline{BC} , respectivament.

Considerem les àrees dels triangles $\triangle APQ$, $\triangle PBR$ i el rectangle QCRP.

Proveu que sense dependre del punt P alguna de les tres àrees és major i

igual a $\frac{2}{9}$.



10.- Siga el triangle $\triangle ABC$ sobre els costats \overline{AB} , \overline{BC} i cap a l'exterior del triangle es

dibuixen els triangles equilàters $\triangle ABM$, $\triangle BCN$, respectivament.

Siga E el punt mig del costat \overline{BC} i L el punt mig del costat

\overline{AB} .

Si $\overline{LE} = x$, determineu l'àrea del quadrilàter LNEA.

