

Problemes Geometria 62

1.- Quin és el nombre menor de costats d'un polígon regular tal que el radi de la circumferència circumscriba siga menor o igual que 1.1 vegades el radi de la circumferència inscrita al polígon.

KöMaL, C1269, gener de 2015.

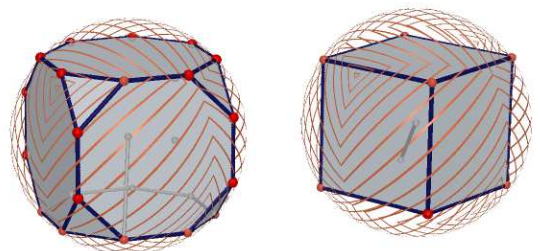
2.- En l'extensió del costat \overline{AB} del pentàgon regular ABCDE s'agafen els punts F i G en l'ordre F, A, B, G tal que $\overline{AG} = \overline{BF} = \overline{AC}$.

Determineu la proporció entre les àrees del triangle $\overset{\Delta}{FGD}$ i el pentàgon ABCDE.

Crux Mathematicorum, problema 3898. Desembre de 2014.

3.- Un cub i un cub truncat tenen el mateix radi d'esfera circumscriba.

Determineu la proporció entre els volums.



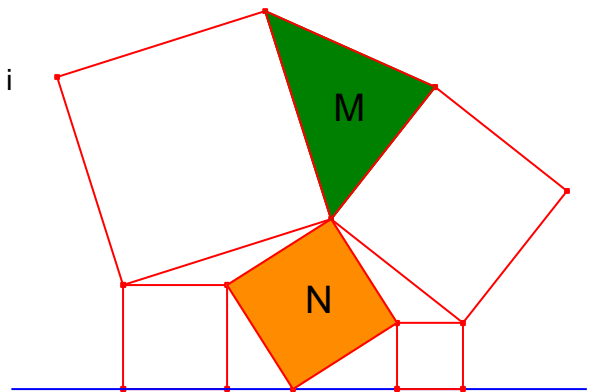
4.- Siguem r i s dues rectes paral·leles i A un punt fix d'igual distància a ambdues rectes.

Per a cada punt B de la recta r , siga C el punt de la recta s tal que l'angle $\angle BAC$ mesura 90° . Siga P el peu de la perpendicular des de A sobre la recta BC .

Demostreu que, independentment del punt B que agafem sobre la recta r , P està sobre una circumferència fixa.

5.- En la figura, hi ha 5 quadrats.

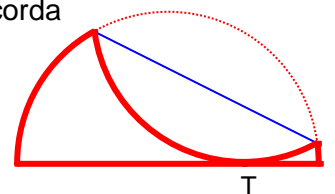
Determineu la proporció entre les àrees del quadrat N i el triangle M .



6.- Un tros de paper de forma semicircular de radi 2 s'ha plegat per una corda de manera que l'arc siga tangent al diàmetre, com mostra la figura.

Sabent que el punt de tangència divideix el diàmetre en una raó 3:1, determineu la longitud del plec. Calculeu l'àrea afitada pels tres arcs i el diàmetre.

Crux, CC51.



7.- Siga $\triangle ABC$ un triangle rectangle $A = 90^\circ$ i altura \overline{AD} .

Siga K i L sobre \overline{AB} i \overline{CA} tal que DK i DL són bisectrius, respectives, dels angles $\angle BDA$ i $\angle CDA$. Siga M i N els peus de les perpendiculars traçades de K i L sobre \overline{BC} , respectivament. Proveu que $\overline{KM} + \overline{NL} = \overline{AD}$.

Crux 3862.

8.- Siga ABCD un paral·lelogram. Dibuixem la diagonal \overline{AC} .

Considerem la circumferència inscrita al triangle $\triangle ABC$ i P el punt de tangència amb la diagonal \overline{AC} . Dibuixem el segment \overline{DP} .

Siga r_1 el radi de la circumferència inscrita al triangle $\triangle DAP$.

Siga r_2 el radi de la circumferència inscrita al triangle $\triangle DCP$.

Demostreu que $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\overline{AP}}{\overline{PC}}$.

9.- En un quadrat ABCD la semicircumferència de diàmetre \overline{AD} i el quadrant de centre C i radi \overline{CD} es tallen en el punt P.

Proveu que $\overline{PB} = \sqrt{2}\overline{AP}$.

Crux, 3745.

10.- Siga ABCD un paral·lelogram.

Siguen E, F, dos punts interiors dels costats \overline{BC} , \overline{CD} , respectivament, tal que

$$\frac{\overline{BE}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{FD}}.$$

Siguen K, L, respectivament, els punts d'intersecció dels segments \overline{AE} , \overline{AF} amb la diagonal \overline{BD} .

a) Proveu que $S_{AKL} = S_{BKE} + S_{DLF}$.

b) Determineu el quocient $\frac{S_{ABCD}}{S_{AECF}}$.

Crux 3834.