Problemes Geometria 63

1.- Siga ABCD un quadrilàter convex tal que $\angle CBD = 2\angle ADB$, $\angle ABD = 2\angle CDB$ i $\overline{AB} = \overline{BC}$. Proveu que $\overline{AD} = \overline{CD}$.
Crux OC3.

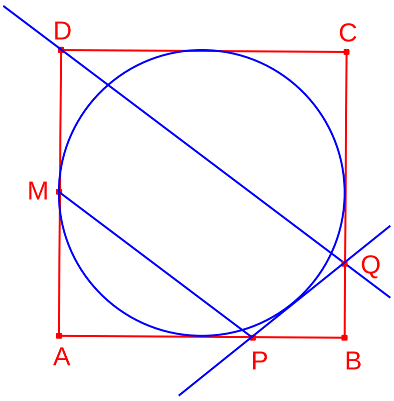
2.- Siga M la intersecció de les prolongacions dels costats no paral·lels d'un trapezi. La paral·lela que passa per M als costats paral·lels s'intersecta amb les prolongacions de les diagonals del trapezi en els punts A i B.
Demostreu que $\overline{AM} = \overline{BM}$.
KöMaL, C1281. Març 2015.

3.- Siga I l'incentre del trirangle $\overset{\Delta}{ABC}$ i siguen A', B', C' les interseccions de les bisectrius amb la circumferència circumscrita a $\overset{\Delta}{ABC}$.
Siguen R i r els radis de la circumferència circumscrita i inscrita, respectivament.
Demostreu que $\dfrac{\overline{IA'} \cdot \overline{AC'}}{\overline{IB}} = R$, $\dfrac{\overline{IA} \cdot \overline{AC}}{\overline{IB'}} = 2r$.
Ricardo Barrroso, prob. 732.

4.- Siga el quadrat ABCD i siga P un punt interior al quadrat tal que $\overline{PA} : \overline{PB} : \overline{PC} = 1:2:3$.
Determineu la mesura de l'angle $\angle APB$.
Kvant M796.

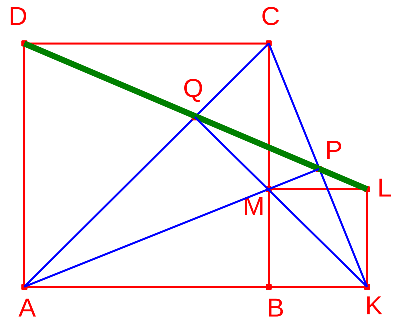
5.- Les diagonals $\overline{AC}$ i $\overline{CE}$ de l'hexàgon regular ABCDEF es divideixen pels punts M i N, respectivament tals que $\dfrac{\overline{AM}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{CM}}{\overline{CE}} = \lambda$.
Determineu λ si B, M, N estan alineats.
Kvant M776.

6.- Siga el quadrat ABCD. Siga M el punt mig del costat $\overline{AD}$.
Siga P un punt qualsevol del costat $\overline{AB}$.
La recta paral·lela al segment $\overline{MP}$ talla la recta $\overline{BC}$ en el punt Q.
Proveu que la recta PQ és tangent a la circumferència inscrita al quadrat.



7.- Siguen els quadrats ABCD, BKLM de la figura.

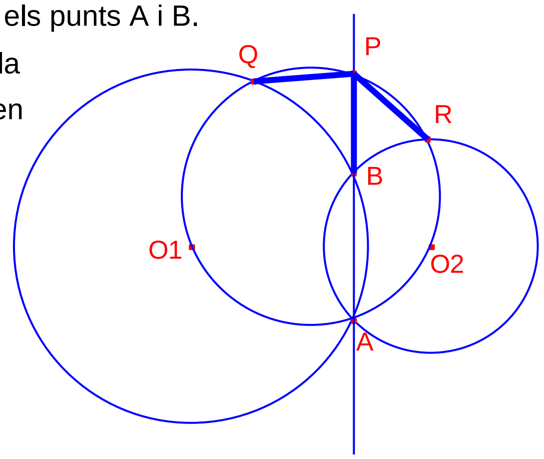
Els punts D, Q, P, L estan alineats.



8.- Donats els punts $A(2,4)$, $B(6,1)$.

Determineu el punt de l'eix d'abscisses amb el qual és veu el segment $\overline{AB}$ sota un angle màxim.
KöMaL, C1291.

9.- Dues circumferències de centres O_1, O_2 és tallen en els punts A i B.
La circumferència que passa pels punts O_1, A i O_2 talla la recta AB en el punt P i a les altres dues circumferències en els punts Q i R.
Proveu que $\overline{PB} = \overline{PQ} = \overline{PR}$.



10.- Considerem el triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABC}$ i una recta qualsevol que passa pel vèrtex C.
Siguen P i Q les projeccions de A i B sobre la recta anterior.
Siga M el punt mig del costat $\overline{AB}$.

Proveu que el triangle $\overset{\Delta}{PQM}$ és equilàter.