

Problemes Geometria 65

1.- Siguen els punts $A(2, 0)$, $B(8, 0)$. Determineu el lloc geomètric dels punts M tal que la distància de M a A és la meitat que de M a B .

2.- Siga el triangle $\triangle ABC$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 8$ i $\overline{AC} = 17$

Pel seu incentre I s'eleva \overline{ID} perpendicular al plànol $\triangle ABC$, essent $\overline{ID} = \sqrt{247}$.
Determineu la mesura de l'angle $\angle DAB$.

3.- En el triangle $\triangle ABC$, les bisectrius internes dels angles A, B, C tallen els costats $\overline{BC}, \overline{CA}$ i \overline{AB} en els punts D, E i F i la circumferència inscrita al triangle $\triangle ABC$ toca aquests costats en M, N, P , respectivament.

Proveu que $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} + \frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} + \frac{\overline{NC}}{\overline{NA}} \geq \frac{\overline{FA}}{\overline{FB}} + \frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} + \frac{\overline{EC}}{\overline{EA}}$.

4.- A partir d'un punt P exterior a la circumferència ω de centre O es dibuixen les tangents PA i PB a la circumferència, A i B són els punts de contacte.

Siga M un punt qualsevol sobre la corda \overline{AB} .

Es dibuixa la perpendicular al segment \overline{OM} , que talla PA i PB en els punts C i D , respectivament.

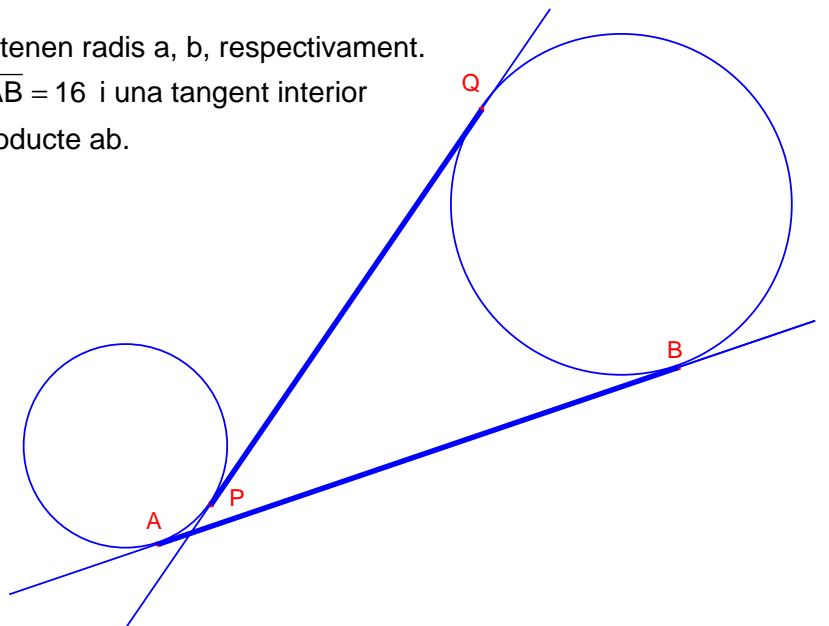
Demostreu que M és el punt mig del segment \overline{CD} .

Crux Mathematicorum OC221.

5.- En la figura, les circumferències tenen radis a, b , respectivament.

S'ha dibuixat una tangent exterior $\overline{AB} = 16$ i una tangent interior

$\overline{PQ} = 14$. Determineu el valor de producte ab .



6.- Siguen dues circumferències concèntriques de radi r i R ($r < R$). Pel punt P de la circumferència menuda es traça una recta que talla la circumferència gran en els punts B i C . La perpendicular a la recta anterior que passa pel punt P talla la circumferència menuda en el punt A .

Proveu que $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ és constant i determineu el valor de la constant.

Shariguin I.268.

7.- En una semicircumferència, des dels extrems del diàmetre es tracen dues cordes que s'intersecten.

Demostreu que la suma del productes resultants al multiplicar tota la corda pel segment de cada corda adjacent al diàmetre, és igual al quadrat del diàmetre.

Shariguin I.269.

8.- Dues circumferències són tangents interiors en el punt A .

Des del punt O centre de la circumferència major, es dibuixa el radi \overline{OB} tangent a la circumferència menor en el punt C .

Determineu la mesura de l'angle $\angle BAC$.

Shariguin I.247.

9.- La longitud de les arestes de les bases d'un prisma triangular són iguals a a .

La projecció d'un dels vèrtexs de la base superior és el baricentre de la base inferior.

Les arestes laterals estan inclinades al plànol de la base sota un angle α .

Determineu l'àrea lateral del prisma.

Gúsiev, problema 796.

10.- La base d'una piràmide és un triangle isòsceles amb els costats iguals a i i l'angle en el vèrtex α . Les cares laterals de la piràmide formen amb el plànol de la base angles iguals a 45° .

Determineu el volum de la piràmide.

Gúsiev. Problema 808.