

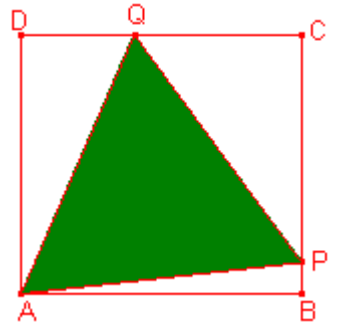
Problemes Geometria 68

1.- Donat el segment \overline{BC} en el plànol, determineu el lloc geomètric dels punts A per als quals el centre de gravetat G del triangle $\triangle ABC$ verifica $\angle GAC = \angle GCB$ i $\angle GAB = \angle GBC$.

Crux Mathematicorum 4114.

2.- Considerem un rectangle ABCD de costats $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$, $a \geq b$.

- a) Es pot inscriure un triangle equilàter $\triangle APQ$ tal que P pertany al costat \overline{BC} i Q pertany al costat \overline{CD} ?
- b) Si es pot inscriure el triangle equilàter, quant mesura el costat?
- c) Construïu el triangle equilàter amb regla i compàs.
- d) Proveu que la suma de les àrees dels triangles $\triangle ABP$, $\triangle ADQ$ és igual a l'àrea del triangle $\triangle PCQ$.



3.- Siga $\triangle ABC$ un triangle rectangle d'àrea constant S.

Siguen D, E, F els centres dels quadrats dibuixats sobre l'exterior dels costats del triangle. Calculeu les dimensions del triangle $\triangle ABC$ que fa mínima l'àrea del triangle $\triangle DEF$. Calculeu l'àrea mínima de $\triangle DEF$.

KöMaL B 4807.

4.- Les coordenades del baricentre d'un triangle són $\left(5, -\frac{5}{3}\right)$, les de l'ortocentre $(3, -1)$ i un vèrtex $(7, 3)$.

Determineu les coordenades dels altres dos vèrtexs.

KöMaL, C1369.

5.- Determineu la paràbola simètrica de la paràbola $y = x^2$ respecte del punt $P(1, 1)$.

KöMaL, B2409.

6.- Siga ABCD un quadrilàter tal que $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BD}$, tal que les diagonals són perpendiculars. Calculeu la suma dels angles $\angle ABC$ i $\angle ADB$.

7.- Una esfera de radi r té inscrit un con que té el vèrtex en el centre de l'esfera i d'angle 2α en el vèrtex.

Determineu l'àrea i el volum de la zona de l'esfera que talla el con.

Problema proposat per Joan Galiana, alumne i matemàtic.

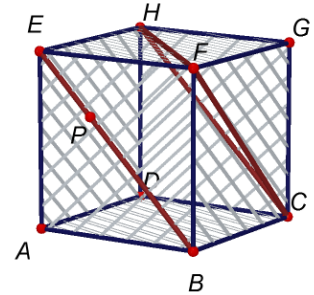
8.- Els costats \overline{CB} i \overline{CD} d'un rectangle ABCD s'estenen més enllà de B i D, respectivament, als punts F i E Tal que $\overline{BF} = \overline{DE}$.

Demostreu que la recta que passa per A i el punt intersecció de \overline{EB} i \overline{FD} divideix l'angle A del rectangle per la meitat.

9.- Siga ABCDEFGH un cub d'aresta 1.

Siga P un punt del segment \overline{BE} tal que $\overline{EP} : \overline{BE} = 1 : 3$.

Calculeu la distància del punt P al pla que determinen els vèrtexs C, F, H del cub.



10.- Siga $\triangle ABC$ el triangle de vèrtexs $A(2, -1)$, $B(3, 1)$, $C(2^{1999}, 2^{2000})$.

Determineu l'àrea del triangle $\triangle ABC$.