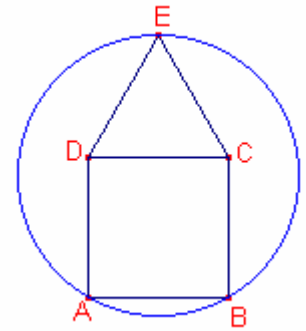


Problemes Geometria 8

1.- Un triangle equilàter està dibuixat al defora del costat superior del quadrat ABCD de costat 1 com mostra la figura. Si una circumferència passa pels punts A, B i E. Quin és el radi del cercle.



2.- Donades dues rectes paral·leles a, b, i dos punts fixos A i B sobre la recta a i altre punt fix C sobre la recta b, es demana, determinar sobre els segments \overline{AC} un punt M, tal que la suma de les àrees dels triangles $\triangle MAB$ i $\triangle MNC$ siga mínima. N és el punt d'intersecció de la recta BM amb la recta b.

3.- En un cub d'aresta a es considera una diagonal D i una diagonal d d'una de les seues cares de tal forma que les rectes D i d es creuen. Determineu la distància entre d i D.

4.- Donada la paràbola $y^2 = 2x$, la tangent en un punt P talla l'eix d'ordenades en A i la normal en el punt P talla l'eix d'ordenades en el punt B. Determineu el lloc geomètric que descriu el baricentre del triangle $\triangle PAB$ al variar P sobre la paràbola.

5.- Siguen les rectes: $r_1 \equiv x + y - 2 = 0$, $r_2 \equiv x + 2y - 3 = 0$, $r_3 \equiv 3x + y - 4 = 0$. Determineu els vèrtexs A, B, C d'un triangle sabent que el radi de la circumferència circumscrita és 2 i que r_1 és mediatriu de \overline{AB} , r_2 mediatriu de \overline{BC} i r_3 mediatriu de \overline{AC} . Problema Oposicions Andalusia 2002.

6.- Siga \overline{AD} l'altura al costat \overline{BC} del triangle $\triangle ABC$. Siga M i N els punts mig dels costats \overline{AB} i \overline{AC} , respectivament. Siga E el segon punt d'intersecció de les circumferències circumscrites als triangles $\triangle BDM$ i $\triangle CDN$. Proveu que la recta DE passa pel punt mig del segment \overline{MN} .

7.- Siguen A i B dos punts fixos situats sobre el semieix OY positiu. Determineu sobre l'eix d'abscisses un punt P de manera que l'angle $\angle APB$ siga màxim. Oposicions Canàries 1987.

8.- En un triangle rectangle $\triangle ABC$, $A = 90^\circ$, de catet $c = \overline{AB}$ constant, siga l'altre catet $b = \overline{AC}$ variable. En la circumferència circumscrita al triangle, siga S l'àrea del menor dels dos segments circulars determinats pel catet \overline{AC} . Determineu $\lim_{b \rightarrow 0} \frac{S}{b^3}$.

Oposicions Andalusia 1996.

9.- Demostreu que només existeix un triangle els costats del qual són nombres naturals consecutius i tal que un angle és el doble d'altre. Oposicions Lleó 2000.

10.- Es considera una circumferència de radi R centrada a l'origen. Des d'un punt P situat a l'eix d'abscisses i exterior a la mateixa, es tracen les tangents a la circumferència. Determineu les coordenades del punt P, tal que el triangle format pels dos punts de tangència i l'origen de coordenades tinga àrea màxima. Oposicions Lleó 2000.