

## Problemes geometria 9

1.- Les rectes  $r$ ,  $s$ ,  $t$  són paral·leles,  $s$  està entre les altres dues a una distància  $p$ ,  $q$  respectivament.

Calculeu el costat d'un triangle equilàter els vèrtexs del qual estan sobre les 3 rectes.

2.- Siga  $G$  el baricentre d'un triangle  $\triangle ABC$ . Siguen  $g_a, g_b, g_c$  les distàncies de  $G$  als costats  $a, b, c$  respectivament. Siga  $r$  el radi de la circumferència inscrita. Proveu que:

a)  $g_a \geq \frac{2r}{3}, g_b \geq \frac{2r}{3}, g_c \geq \frac{2r}{3}$ .

b)  $\frac{g_a + g_b + g_c}{r} \geq 3$ .

3.- Siga un terreny de forma triangle pitagòric (rectangle i els costats són nombres naturals) que el catet menor mesura 24 centímetres. Determineu la longitud dels altres costats a fi que l'àrea siga màxima i mínima.

4.- Calculeu l'àrea d'un quadrilàter convex si coneguem l'àrea de tres dels quatre triangles en què queda dividit mitjançant les dues diagonals.

5.- Siga un quadrilàter convex de vèrtexs  $ABCD$  la superfície del qual és  $S$ . Es prolonga el costat  $\overline{AB}$  pel punt  $B$  fins un punt  $M$ , tal que  $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ . Anàlogament, es

prolonga el costat  $\overline{BC}$  pel punt  $C$  fins un punt  $N$ , tal que  $\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ , el costat  $\overline{CD}$  és

prolonga des de  $D$  fins el punt  $P$  tal que  $\overline{DP} = \frac{1}{2}\overline{CD}$  i per últim es prolonga el costat

$\overline{DA}$  des del punt  $A$  fins el punt  $Q$ , tal que  $\overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{DA}$ . Calculeu l'àrea del quadrilàter

$MNPQ$ .

Oposicions Badajoz 2000.

6.- Una circumferència de radi  $r$  es mou rodant sobre l'eix d'abscisses, En cada posició de la circumferència es traça la tangent no horitzontal a la circumferència que passa pel l'origen  $O$  de coordenades, la qual talla en  $M$  a la vertical que passa pel centre  $C$  de la circumferència. Pel punt  $M$  es traça la tangent a la circumferència (simètrica de l'anterior  $OM$  respecte de la vertical  $CM$ ) que talla en  $A$  l'eix  $OX$ .

a) Determineu l'equació del lloc geomètric dels punts  $M$ .

b) Dibuixeu la seua gràfica.

c) Demostreu que la recta  $AC$ , passa per un punt fix per a totes les posicions de la circumferència.

Oposicions Astúries 2004.

7.- Siga  $\triangle ABC$  un triangle qualsevol. Amb un punt  $D$  s'obté un quadrilàter  $ABCD$ . Construïm les bisectrius dels angles  $\angle DAB$  i  $\angle DCB$ . On es troba el punt  $D$  a fi que les bisectrius dels angles  $\angle DAB$  i  $\angle DCB$  siguin paral·leles?.

8.- Siguen  $h_a, h_b, h_c$ , les tres altures del triangle  $\triangle ABC$  tals que  $h_a = h_b + h_c$ .

La recta que passa pels peus de les bisectrius interiors dels angles  $B$  i  $C$  passa pel baricentre del triangle.

Oposicions Eivissa 2002.

9.- Determineu l'angle agut d'un rombe, el costat del qual és mitjana proporcional de les seues diagonals.

Shariguin I31.

10.- En una circumferència de radi  $r$  s'escullen 3 punts de manera que la circumferència queda dividida en tres arcs que estan en proporció 3:4:5. Des d'aquests punts són traçades les tangents a la circumferència. Determineu l'àrea del triangle format per les tres tangents.

Shariguin I36