

## Problemes Nombres 12

1.- Determineu tots els enters positius  $n$  per als quals existeixen enters positius  $x, y$  tals que compleixen les dues igualtats  $x + y = n^2$ ,  $10x + y = n^3$ .

Duel Matemàtic R. Txeca, Polònia, Àustria, 2008.

2.- Determineu la successió aritmètica formada per 9 enters positius de tal forma que la suma estiga entre 200 i 220, i el segon terme val 12.

Crux Mathematicorum M377.

3.- Els enters  $27 + C$ ,  $555 + C$ ,  $1371 + C$  són tots quadrats perfectes i les seues arrels formen una progressió aritmètica. Determineu tots els valors possibles de  $C$ .

Crux Mathematicorum M379

4.- Determineu totes les successions finites de  $n$  nombres naturals consecutius  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , amb  $n \geq 3$ , tals que  $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2009$ .

Olimpíada espanyola 2009.

5.- En base 10 un nombre natural  $N = 1\dots 114\dots 44$  comença amb 2009 xifres 1 consecutives, seguides de 4018 xifres 4 consecutives. Demostreu que  $N$  no és un quadrat perfecte.

Crux Mathematicorum M385.

6.- Es forma una successió escrivint en ordre creixent, per a cada enter  $n$ , els múltiples de  $n$  compresos entre  $n$  i  $n^2$ . La successió comença així:

1, 2, 4, 3, 6, 9, 4, 8, 12, 16, 5, 10, 15, 20, 25, 6, 12,.....

Determineu el terme 2009 de la successió.

Crux Mathematicorum M388

7.- Determineu els parells  $(a, b)$  de nombres enters positius pels quals  $\frac{a+1}{b}$  i  $\frac{b+2}{a}$

són enters positius.

Crux Mathematicorum M391

8.-

2009 estudiant tenen cadascun una carta amb un nombre enter positiu diferent. La suma d'aquestes cartes és 2020049. Quins valors possibles per a la mediana dels nombres de les cartes.

Crux Mathematicorum M389.

9.- Determineu les solucions enteres de l'equació:

$$a^b b^a + a^b + b^a = 89.$$

Crux Mathematicorum M402.

10.- Determineu una fórmula que done el valor de la suma

$$S = 17 + 187 + 1887 + 18887 + \dots + 188\dots 87$$

on el darrer terme conté exactament  $n$  xifres 8.

Crux Mathematicorum M405.