

Problemes de Nombres 19

1.- El nombre 518 té una propietat interessant. Considerant els sis nombres de tres xifres obtingudes amb les permutacions diferents del 518, la mitjana d'aquestes és igual a 518. Determineu tots els nombres de tres xifres de dígitos diferents amb aquesta propietat.

KöMaL, C1318.

2.- Un nombre n escrit en base b és 211, però s'escriu 110 quan està escrit en base $b + 2$.

Determineu n i b en base 10.

Crux mathematicorum, CC161.

3.- Calculeu el valor de la base b si

$$\log_b 10 + \log_b 10^2 + \dots + \log_b 10^{10} = 110.$$

Crux Mathematicorum, CC169.

4.- Calculeu $\sqrt{111-22}$ i $\sqrt{111111-222}$.

Feu la conjectura del resultat de $\sqrt{111111111111111111111111-222222222222}$.

Crux Mathematicorum, CC174.

5.- Quin és l'exponent de la màxima potència de 2 que divideix 2016!

KöMaL, C1341.

6.- Per a cada enter positiu $n \geq 1$ denotem $a_n = n^4 + n^2 + 1$.

Calculeu el màxim comú divisor de a_n i a_{n+1} en funció de n .

Olimpiada Catalana 2016. Fase local.

7.- Determineu les solucions enteres de l'equació:

$$x^2 - yx + y^2 = 7.$$

KöMaL, C1353.

8.- Demostreu que existeix un nombre infinit d'enters positius n tals que $3^n + 2$ i

$5^n + 2$ són compostos.

Crux Mathematicorum OC253.

9.- Determineu tots els nombre enters no negatius k, n que satisfan l'equació

$$2^{2k+1} + 9 \cdot 2^k + 5 = n^2.$$

Crux Mathematicorum OC254.

10.- Determineu un quadrat perfecte tal que al sumar-li 100 siga igual a un quadrat perfecte més 1 i al sumar-li novament 100 siga un quadrat perfecte.

Olimpiada Argentina 2016. Intercolegial. Nivel 3.