

## Problemes de Nombres 20

1.-

- a) Representeu 2010 com suma de quadrats perfectes consecutius.  
b) És possible representar 2014 com suma de quadrats perfectes consecutius?

*Crux Mathematicorum 4108.*

2.- Siguen a, b dos nombres naturals (no necessàriament distints) entre 1 i 100.  
Calculeu la probabilitat que les xifres de les unitats del nombre  $3^a + 7^b$  siga 6.

*Crux Mathematicorum CC197.*

3.- Una expedició al planeta Bizarro descobreix l'enunciat següent inscrit en un sable:

$$3x^2 - 25x + 66 = 0 \Rightarrow x = 4, x = 9.$$

Quina és la base del sistema de numeració del planeta Bizarro.

*Crux Mathematicorum CC201*

4.- S'ha escrit en un tauler els enters de 1 a n.

S'ha eliminat un nombre.

La mitjana dels n - 1 restants és  $46 + \frac{20}{23}$ .

Determineu el valor n, així com el nombre eliminat.

*Crux Mathematicorum CC202.*

5.- Si  $2\sqrt{3} + i$  és una arrel cúbica de  $18\sqrt{3} + 35i$ , calculeu les altres dues arrels.

*Crux Mathematicorum.*

6.- Siga  $\log_8 3 = p$  i  $\log_3 5 = q$ .

Calculeu  $\log_{10} 5$  i  $\log_{10} 6$  en funció de p i q.

7.- "Simplificant exponents" en la següent expressió aconseguim la següents igualtat que no és sempre verdadera.

$$\frac{37^3 + 13^3}{37^3 + 24^3} = \frac{37 + 13}{37 + 24} = \frac{50}{61}.$$

Quina és la condició que han d'acomplir tres nombres enters positius (A, B, C) a fi que:

$$\frac{A^3 + B^3}{A^3 + C^3} = \frac{A + B}{A + C}.$$

8.- Les criatures de l'asteroide GZs4-26 contenen i operen en base 3 i utilitza amb els signes  $\blacktriangle$ ,  $\square$ ,  $\circ$ .

Una multiplicació és la següent:

$$\square\square\square \cdot \blacktriangle\blacktriangle = \square \circ \blacktriangle\square\blacktriangle$$

Calculeu

$$\blacktriangle\square\circ \cdot \square\square\blacktriangle =$$

*KöMaL, C1366.*

9.- Els nombres reals  $a, b, c$  no necessàriament distints compleixen  
 $ab = c, bc = a, ca = b$ .  
Determineu els valors de  $a, b, c$ .  
*KöMaL.K510.*

10.- Quants divisors de 857 304 000 són quadrats perfectes?