

Problemes Nombres 3

- 1.- Proveu que el nombre $55^{100} + 55^{101} + 55^{102}$ és múltiple de 13.
- 2.- Els nombres 7, 8, 9, 10 tenen la propietat que la suma del menor i el major és igual a la diferència entre el quadrats dels nombres del centre.
És certa aquesta propietat per a qualssevol quatre nombres consecutius?
- 3.- Demostreu que $n^7 - n$ és múltiple de 42.
- 4.- Demostreu que $\frac{n^5 - 5n^3 + 4n}{n + 2}$ és divisible per 24.
- 5.- Busqueu els nombres primers de la forma $n^4 + 4$ amb n nombre enter positiu.
- 6.- Demostreu que l'equació $3^a + 1 = 5^b + 7^c$ no té solucions enteres.
- 7.-
 - a) Trobeu tots els enters positius n tals que $2^n - 1$ és divisible per 7.
 - b) Demostreu que no existeix cap enter positiu tal que $2^n - 1$ és divisible per 7.
- 8.- Determineu un nombre natural que té 2 factors primers i 8 divisors sabent que la suma dels seus divisors és 320.
- 9.- Siguen a, b dos nombres enters positius. Proveu que 19 divideix $a + 11a + 2b$ si i només si 19 divideix $a + 18a + 5b$.
- 10.- Siga $A_n = 2^n + 2^{2n} + 2^{3n}$.
 - a) Proveu que $A_{n+3} - A_n$ és múltiple de 7.
 - b) Calculeu la resta de dividir A_{2005} entre 7.
- 11.- Proveu que $3 \cdot 5^{2n+3} + 2^{3n+4}$ és múltiple de 17 per a tot n natural.