

Problemes Probabilitat 5

41.- La durada en minuts d'una trucada telefònica de llarga distància, s'assimila a una variable aleatòria X amb una funció de distribució:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{quan } x \leq 0 \\ 1 - \frac{2}{3}e^{-\frac{2x}{3}} - \frac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}} & \text{quan } x > 0 \end{cases} . \text{ Es demana:}$$

- L'esperança matemàtica o durada mitjana.
- La probabilitat que la durada d'una trucada estiga compresa entre 3 i 6 minuts.
- Una trucada ja porta 3 minuts. Probabilitat que no passe dels 6 minuts.

42.- Escollim dos nombres a l'atzar entre 0 i 1. Quina és la probabilitat que el primer siga més gran o igual que el quadrat del segon i, al mateix temps, que el segon siga més gran o igual que el quadrat del primer?.

Oposicions Catalunya 1993.

43.- Tres persones A, B, C tiren successivament i en aquest ordre un dau. La primera persona que obté un 6 guanya la partida. Quines són respectives probabilitats de guanyar.

Oposicions Catalunya 2000.

44.- Dos amics A i B competeixen en el mateix joc. A tira dos daus i guanya si la suma de punts és 4, en cas contrari B tira els daus i guanya si obté com a suma de punts 6. Si B no guanya A torna a tirar amb les mateixes condicions i així successivament fins que un dels dos guanye. Calculeu:

- la probabilitat que té A de guanyar.
- La probabilitat que té B de guanyar.

Oposicions de Catalunya 2000.

45.- A i B realitzen el següent joc: llancen un dau a l'aire, guanya A la tirada si ix 1 ó 2 i guanya B en qualsevol altre cas. Acorden que guanyarà el primer que guanye dues tirades consecutives. Calculeu la probabilitat que té cadascun de guanyar.

Oposicions Catalunya 1998.

46.- Un examen consta de 20 preguntes, cada una amb quatre respostes perquè

l'alumne en trie la correcta. Si cada pregunta correctament contestada val $\frac{1}{2}$ punts,

quin valor negatiu cal atorgar a les respostes incorrectes per garantir la puntuació global 0 a aquell alumne que no sap absolutament res de la matèria d'examen i respon a l'atzar.

Oposicions Catalunya 1999.

47.- Dos jugadors A i B, juguen alternativament amb probabilitats respectives de guanyar en cada jugada a i b. El joc s'interromp quan un dels dos jugadors aconseguix la seua primera victòria . Suposant que A és el primer a jugar, establiu una relació entre a i b perquè el joc siga equitatiu,

Oposicions Catalunya 1999.

48.- Siga la funció $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x \\ \frac{k}{e^x + e^{-x}} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- Calculeu el valor k a fi que $f(x)$ siga una funció de densitat.
- Calculeu la funció de distribució.
- Sabent que el valor de la variable és menor que 3. Calculeu la probabilitat que siga major que 1.

Oposicions de València 2003.

49.- Calculeu la probabilitat que dos nombres positius, ambdós menors que 1, triats a l'atzar, constitueixen amb el nombre 1, una terna de nombres $(x, y, 1)$ que puguen ser costats d'un triangle obtusangle.

Oposicions Catalunya

50.- Siguen $a, b \in \mathbb{N}$, siga X una variable aleatòria discreta amb valors naturals:

$$P(X = x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \quad \text{si } 1 \leq x \leq ab$$

$$P(X = x) = 0 \quad \text{si } x > ab.$$

a) Determineu la condició que han de satisfer a i b per a que siga una funció de densitat de probabilitat.

b) Calculeu la funció de distribució $F(x)$. Calculeu la solució de $F(x) = \frac{1}{2}$.

c) Calculeu l'esperança de X , $E(X)$. Per a quins valors de a i b $E(X) = \frac{7}{2}$.