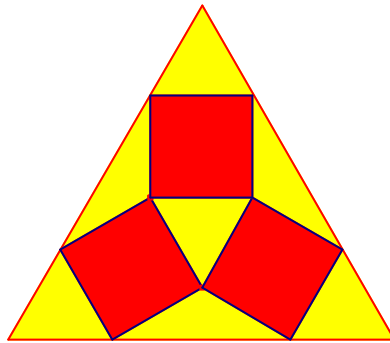


20 Problemes Olímpics

Orientacions per al professorat



Autor: Ricard Peiró i Estruch
Nivell: Quart d'ESO.

Resum: Web dirigida a estudiants de Matemàtiques d'ESO per resoldre problemes geomètrics d'olimpíada de matemàtiques de secundària.

Índex

| | |
|------------------------------------------------------|----|
| 1.- Introducció..... | 3 |
| 2.- Navegació per 20 Problemes Olímpics | 5 |
| 3.- Funcionament dels applets CabriJava..... | 7 |
| 4.- Aspectes curriculars..... | 10 |
| 5.- Objectius didàctics..... | 12 |
| 6.- Continguts didàctics..... | 13 |
| 7.- Metodologia..... | 14 |
| 8.- Temporalització..... | 15 |
| 9.- Avaluació..... | 15 |
| 10.- Bibliografia i adreces d'internet..... | 16 |

1.- Introducció.

20 Problemes Olímpics és una web dirigida a l'alumnat de segon cicle d'ESO amb interès per la resolució de problemes de geometria olímpics.

Consta de l'enunciat de 20 problemes, les seues solucions interactives (fetes amb applets de CabriJava), així com la solució en format pdf, un resum teòric de geometria elemental plana, i un conjunt d'adreces on poder aconseguir informació de problemes de matemàtiques de proves olímpiques i informació bibliogràfica.

La resolució de problemes comporta un aprenentatge des processos matemàtics tals com conjecturar, particularitzar-generalitzar, abstraure, provar, establir connexions, però també conèixer teories, algorismes i saber establir relacions.

Polya indica quatre fases en la resolució d'un problema:

Entendre el problema.

Crear un pla.

Portar a terme el pla o estratègia.

Revisar i interpretar el resultat.

Els problemes olímpics tenen una dificultat afegida, que és el temps per realitzar la prova.

Per resoldre problemes és necessari un entrenament que indique amb claredat quan ha de ser refusada una estratègia, quan una situació ens duu a un atzucac. Un entrenament en coneixements teòrics.

Per resoldre problemes geomètrics és convenient el coneixement dels programes de geometria dinàmica, així com, programes de càlcul formal o calculadora gràfica.

Actualment, hi ha dues competicions importants. *Les Proves Cangur* que consten de resolució de 30 problemes en un temps de una hora i mitja i dirigida a tots els nivells d'ensenyament.

Les Olimpíades Matemàtiques de la Societat Al-Kwarizmi que consten de proves individuals, de velocitat i d'equips i amb tres nivells.

Per a la preparació dels alumnes, és lloable la revista PROBLEMES OLÍMPICS de la Societat Al-Kwarizmi de la Comunitat Valenciana.

També és interessant resoldre i participar en la revista *Crux Mathematicorum* (secció Mayhem) de la Canadian Mathematical Society.

Requisits tècnics.

20 Problemes Olímpics, pot ser executada sense cap dificultat des de qualsevol ordinador amb navegador (Mozilla, InternetExplorer, Opera,...)

La pàgina consta d'una col·lecció d'applets de Geometria dinàmica CabriJava, 20 dels problemes i uns altres amb la teoria.

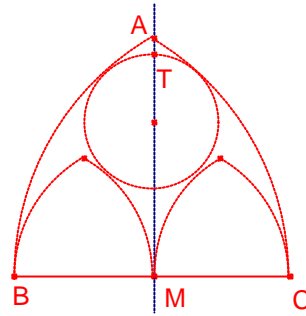
S'ha de tenir instal·lat la màquina virtual de java en l'ordinador. (Es pot descarregar gratuïtament des de l'adreça <http://www.java.com/es/download/>).

Per poder llegir els documents pdf s'ha de tenir instal·lat el lector gratuït Adobe Reader, (Es pot descarregar gratuïtament des de l'adreça <http://www.adobe.com/>)

Per començar presente un repte.

Problema

En els bitllets de 20€ hi ha la següent figura geomètrica, formada per 4 arcs i una circumferència.



Siga M és el punt mig de \overline{BC} .

La recta AM talla la circumferència en el punt T .

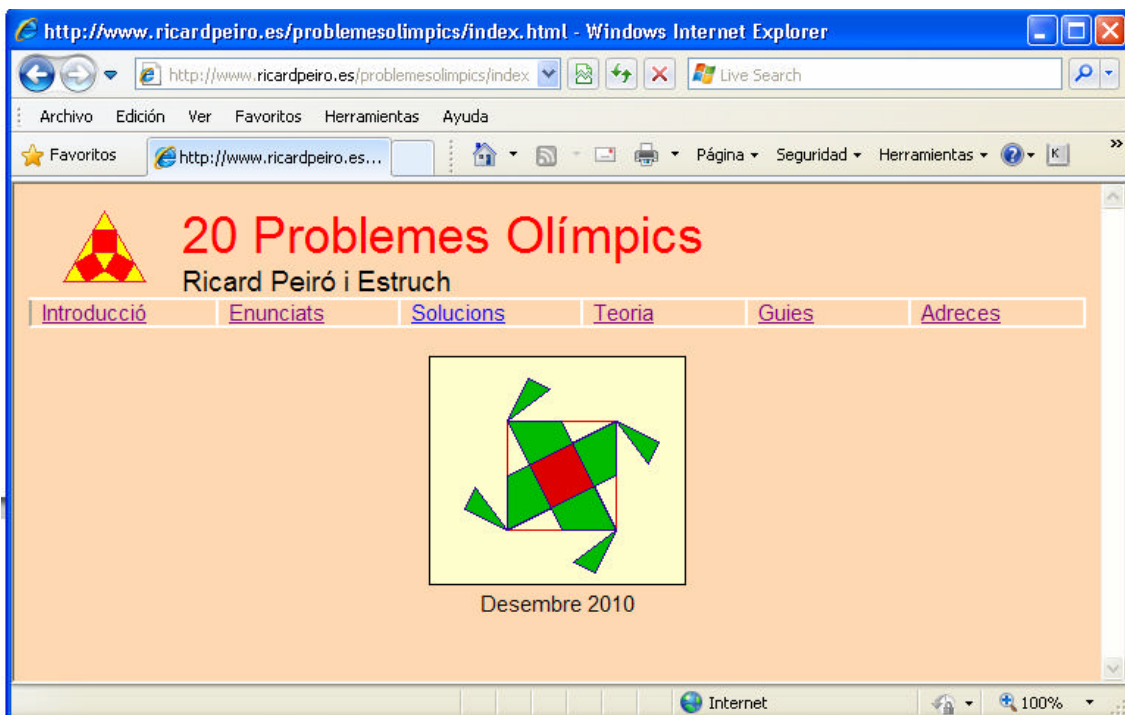
Si $BM = R$. Determineu:

a) El radi de la circumferència.

b) La proporció $\frac{\overline{MT}}{\overline{BM}}$.

2.- Navegació per 20 Problemes Olímpics.

La pàgina inicial és:



La capçalera:



Fent un clic en la icona  tornem al menú inicial.

El menú de navegació:

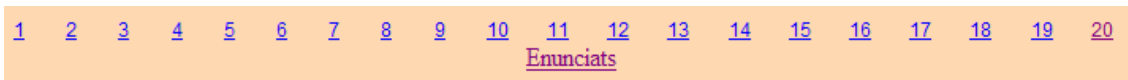


El menú de navegació consta de 6 opcions:

1.- **Introducció:** Es dona la justificació del treball.

2.- **Enunciats:** Mostra els enunciats dels 20 problemes de Geometria.

Al final de la pàgina és troba una barra on és pot accedir a les solucions dels 20 problemes i també retornar als enunciats.



3.- **Solucions:** Mostra els applets de CabriJava, solució de cada problema, així com la solució en format pdf.

4.- **Teoria.** Aquesta secció està subdividida en 5 apartats on l'alumnat pot estudiar les qüestions teòriques per poder resoldre problemes de geometria. Els enunciats dels teoremes van acompanyats d'applets de CabriJava on l'alumnat podrà fer la conjectura dels teoremes enunciats.

Els 5 apartats són:

Els triangles i les seues propietats.

Triangles rectangles.

Teoremes sobre triangles.

Polígons.

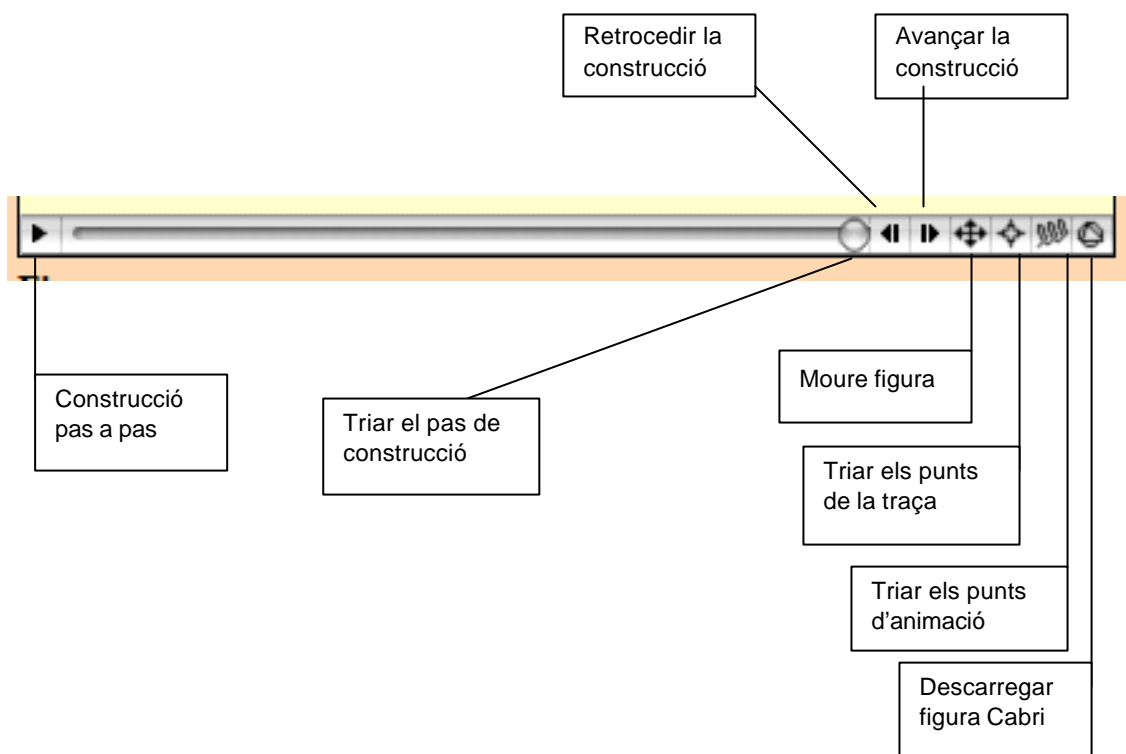
Circumferència i cercle.

5.- **Guies.** Es mostra en pàgina web el funcionament dels applets CabriJava i es poden descarregar les guies del professorat i alumnat en format pdf.

6.- **Adreces.** Aquesta pàgina recull la biografia emprada, així com una col·lecció d'adreces per tal que l'alumnat pugui conèixer altres pàgines de temàtica de resolució de problemes de nivell olímpic.

3.- Funcionament dels applets CabriJava.

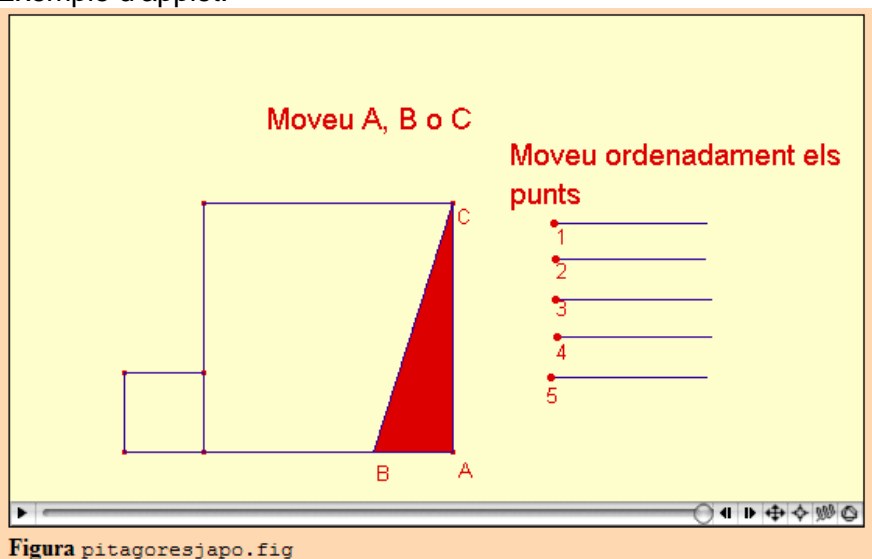
Barra de ferramentes dels applets de CabriJava.



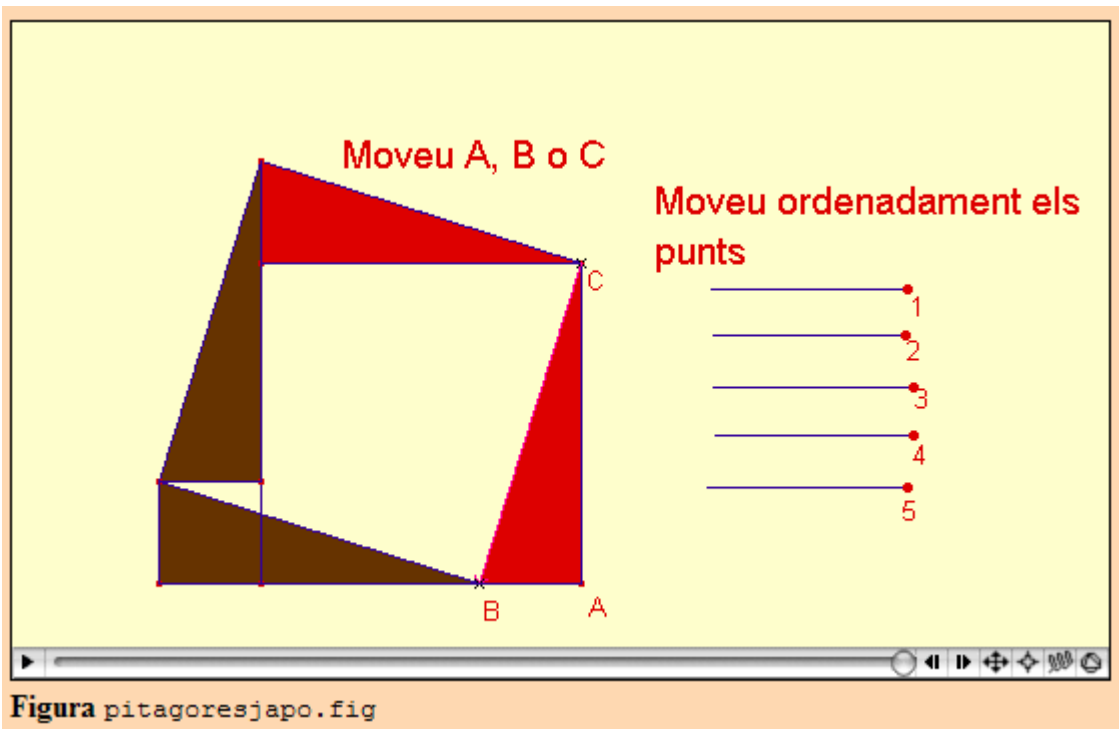
Moure punts: Selecciona'ls amb el cursor i els podràs moure mantenint el botó esquerre pres (el que diem "arrossegar")

Si cliques dos cops sobre la finestra CabriJava t'apareixerà (o desapareixerà) la "**Barra de ferramentes**"

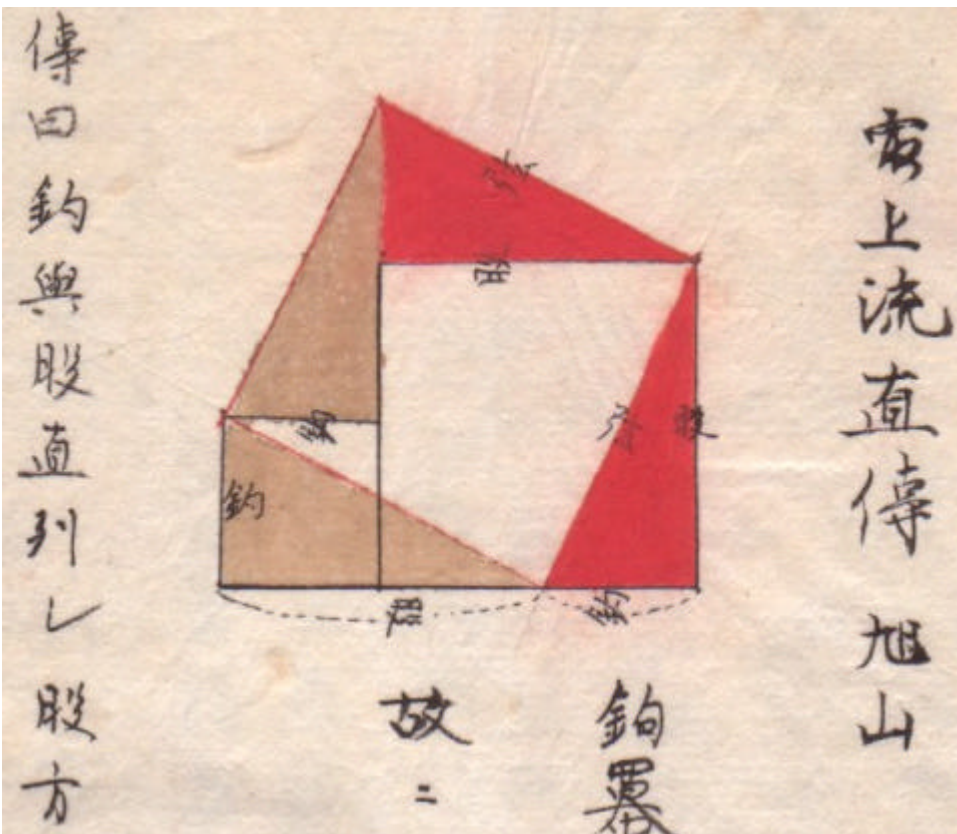
Exemple d'applet:



Abans de moure els botons 1, 2, 3, 4, 5



L'applet després de moure els botons anteriors



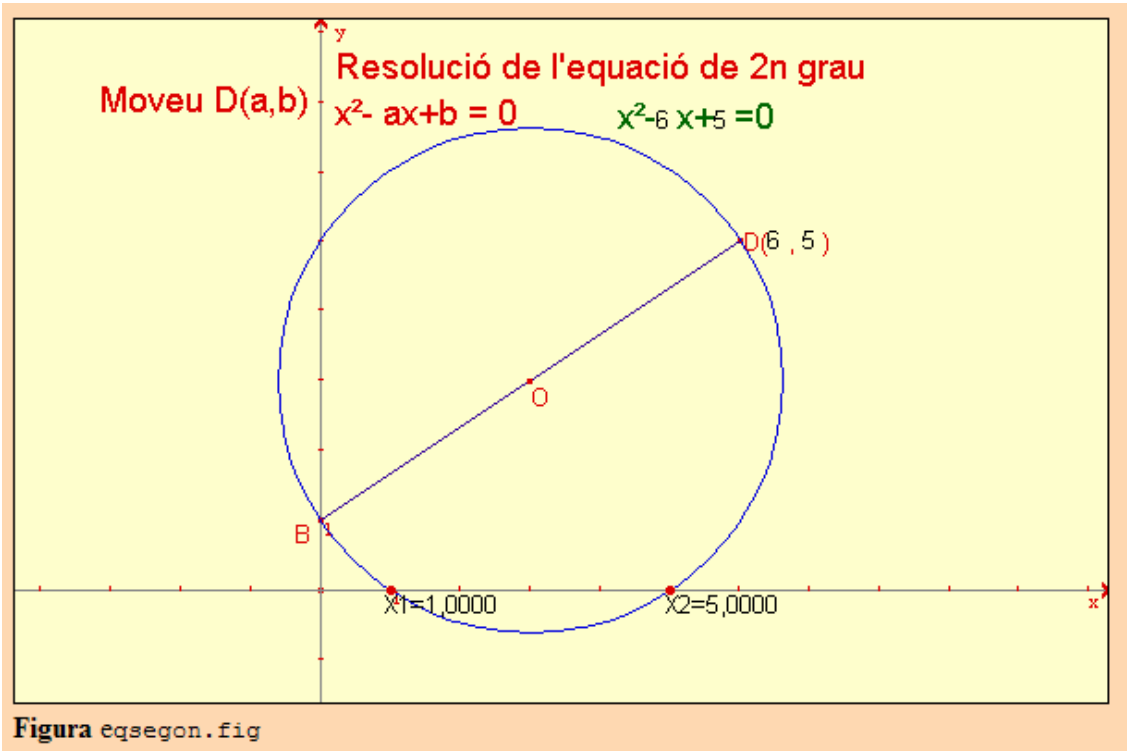
Sangaku Japonés amb la demostració del Teorema de Pitàgores

Un altre exemple:

La resolució gràfica de l'equació de segon grau $x^2 - ax + b = 0$.

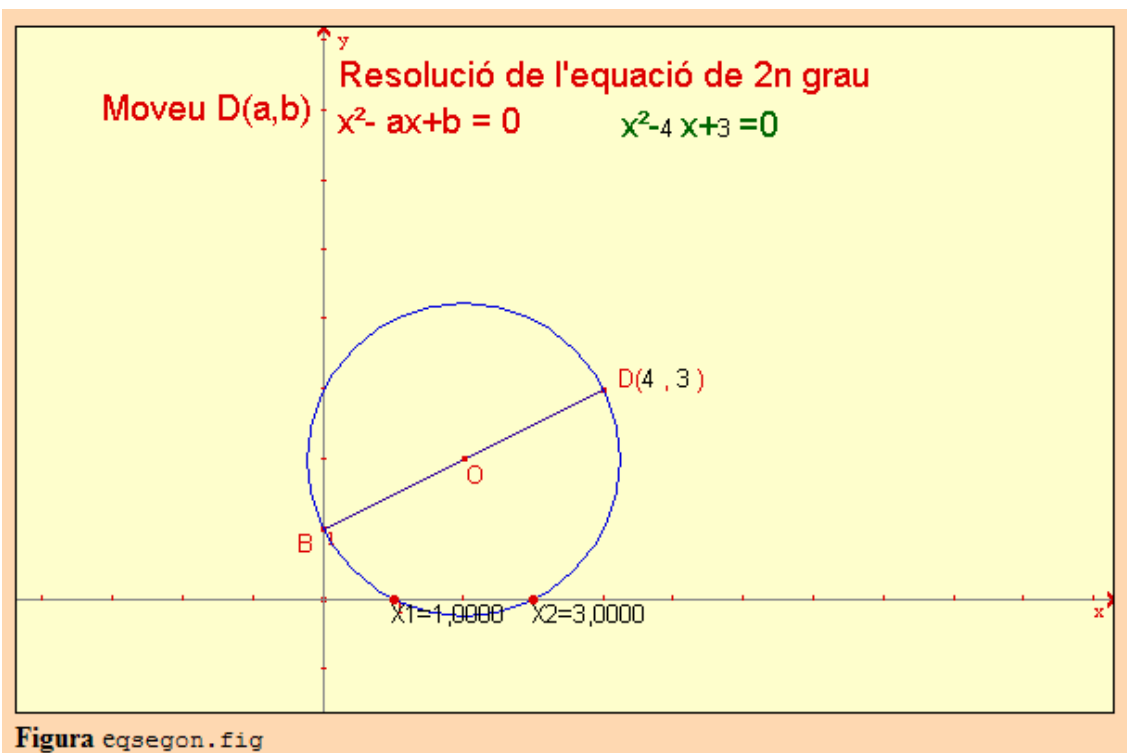
A l'obrir el applet notem que es troba el punt $D(6,5)$ que resol l'equació de segon grau:

$x^2 - 6x + 5 = 0$ de solucions la intersecció de la circumferència amb l'eix d'abscisses.
 $x = 1, \quad x = 5$.



En moure el punt $D(4,3)$ canvia l'equació $x^2 - 4x + 3 = 0$ i les solucions, ara són:

$x = 1, \quad x = 3$.



4.- Aspectes curriculars.

La finalitat de l'educació és aconseguir que l'alumnat adquireixi les eines necessàries per entendre el món on està creixent i que el guien en el seu actuar; posar les bases perquè esdevinguin persones capaces d'intervenir activament i crítica en la societat plural, diversa, i en continu canvi, que els ha tocat viure.

A més de desenvolupar els coneixements, les capacitats, les habilitats i les actituds necessàries, l'alumnat ha d'aprendre a utilitzar tots aquests recursos personals per assolir la realització personal i incorporar-se a la vida adulta de manera satisfactòria, sent capaç d'adaptar-se a noves situacions i de desenvolupar un aprenentatge permanent al llarg de la vida.

La finalitat central de cadascuna de les matèries curriculars és el desenvolupament de les competències bàsiques, tot tenint en compte que cadascuna de les matèries contribueix al desenvolupament de diferents competències i, a la vegada, cada una de les competències bàsiques s'assolirà com a conseqüència del treball en distintes matèries. Per tant, l'eficàcia en la consecució de les competències bàsiques depèn d'una bona coordinació de les activitats escolars de totes les matèries curriculars.

Les competències bàsiques que han d'adquirir l'alumnat són:

La competència matemàtica

En aquest tractar-se d'uns materials de contingut curricular de l'àrea de Matemàtiques, el treball d'aquesta competència sempre està present en totes i cadascuna dels problemes, i activitats teòriques.

Resolent problemes es recerquen distintes estratègies, s'utilitza l'exploració i la formulació de conjectures i la validació de resultats.

Competència digital i tractament de la informació

Degut al caire digital d'aquests materials i que per a la seua aplicació és necessari l'ús dels ordinadors i calculadores gràfiques és una competència que en tot moment està present.

Competència comunicativa lingüística

La resolució de problemes implica entendre enunciats i saber argumentar i comunicar les pròpies solucions.

Competència artística i cultural

Alguns dels problemes que presentem procedeixen del món oriental (Sangakus) i són d'una gran bellesa plàstica.

La geometria sempre està present i connectada en l'art.

Competència d'aprendre a aprendre

Una de les finalitats de l'educació secundària i que l'alumna es planteja problemes i casos d'investigació, i amb les eines de les que disposa l'alumnat que investigue i extraga conclusions la geometria dinàmica ajuda a adquirir aquesta competència.

Competència d'autonomia i iniciativa personal

Degut a que els materials estan pensats per a que l'alumnat pugui treballar-los sense una implicació directa del professorat, excepte en casos puntuals, el que estem afavorint és que l'alumnat siga autònom i responsable alhora de treballar els materials i d'anar fent el quadern de treball.

Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic

El problemes de Geometria es troben i solen plantejar-se a partir del món que ens envolta. Hem d'aprendre les relacions que regeixen el món físic.

La Geometria contribueix per tant, a aprofundir en el coneixement i interacció amb el món físic mitjançant la discriminació de formes, relacions i estructures geomètriques, especialment amb el desenvolupament de la visió espacial i la capacitat de transferir formes i representacions entre el plànol i l'espai.

Competència social i ciutadana

S'intenta que l'alumnat compregui l'aportació que diferents cultures han fet a l'evolució i progrés de la humanitat, especialment, la geometria grega, oriental,...

5.- Objectius didàctics

Utilització de les noves tecnologies (ordinador, internet, calculadora) en l'aula.

Reconèixer i plantejar situacions susceptibles de ser formulades en termes matemàtics, elaborar i utilitzar diferents estratègies per abordar-les i analitzar els resultats utilitzant els recursos més apropiats.

Identificar les formes (planes i espacials) que es presenten en la vida quotidiana, analitzar les propietats i relacions geomètriques.

Resoldre problemes de geometria.

Estimular la creativitat i la imaginació.

6.- Continguts didàctics

Els continguts matemàtics inclosos en aquest treball són molt variats dins de la geometria. La Geometria Dinàmica proporciona una nova visió de les situacions que han adquirit per altres vies:

Comprensió i utilització d'elements geomètrics bàsics, les seues propietats (teoremes) i les seues relacions. Poder fer conjectures de propietats pel tal de provar-les.

Mesures (longituds, àrees, angles,...)

Semblança de figures.

Moviments en el plànol.

Relacions funcionals entre distints elements geomètrics.

Cal destacar els continguts següents, alguns d'ells oblidats de la geometria que es dona en la secundària i que crec que seria interessant introduir per la seua senzillesa:

Geometria del triangle:

Elements i les seues propietats generals.

Propietat de la bisectriu.

Propietat del baricentre.

Mesura d'una mitjana.

Teorema de Tales.

Teorema de Pitàgores. Propietats dels triangles rectangles.

Raons trigonomètriques. Propietats.

Càlcul de l'àrea (fórmula d'Heró, fórmula trigonomètrica,...)

Teorema dels sinus, teorema del cosinus. Resolució de triangles.

Quadrilàters Incriptibles.

Teorema de Tolomeu.

Polígons:

Mesura dels angles.

Circumferència i Cercle:

Potència d'un punt respecte d'una circumferència.

Angles d'una circumferència i la seua mesura.

Moviments:

Translacions, girs, simetries, homotècies,...

En la web **20 Problemes Olímpics** es pot navegar per l'apartat **teoria** i revisar les propietats anteriors. En la bibliografia es poden veure llibres clàssics de geometria elemental on estan demostrades dites propietats.

7.- Metodologia

La utilització d'aquests materials a l'aula ha d'anar unida a un canvi de metodologia en les classes de Matemàtiques.

Es necessari l'ús dels mitjans tecnològics: Ordinador i calculadora.

Per a començar ja no estem a l'aula comuna, sinó que ens hem de desplaçar a l'aula d'informàtica per a que l'alumnat pugui disposar d'ordinador.

La majoria de les activitats estan resoltes de forma interactiva. El professorat ha de controlar les errades que comet l'alumnat i motivar per a que vagin realitzant el treball.

L'alumnat farà un esforç d'investigació per trobar la solució del problema. Molts d'aquests problemes no són els habituals fets a classe que resulten ser simples exercicis repetitius.

El material didàctic està concebut com una eina d'aprenentatge autònom per a l'alumnat, però també pot emprar-se pel professorat com un recurs on recolzar les explicacions, completar els conceptes i demostracions d'alguns teoremes.

8.- Temporalització

La resolució de problemes és una tasca que s'ha de fer al llarg d'un curs.

El professorat ha de plantejar un problema quinzenal.

Utilitzant una sessió per introduir l'enunciat i la teoria necessària. Aquesta sessió és convenient fer-la amb ordinadors, en què els alumnes puguen treballar individualment o bé en parelles.

Una altra sessió per posar en comú les possibles solucions de l'alumnat.

9.- Avaluació

L'avaluació es farà a partir de dos aspectes:

Les activitats que es fan amb l'ordinador (utilitzant programes de geometria dinàmica). Aquestes activitats s'hauran de desar en un fitxer que l'alumne exposarà públicament.

Un altre aspecte de l'avaluació a tindre en consideració és el quadern de treball de l'alumnat, on aquest anirà registrant tots els intents de resolució dels problemes proposats.

10.- Bibliografia i adreces d'internet.

Bibliografia

GUSIEV, V. i altres, *Prácticas para resolver problemas matemáticos. Geometría*. Editorial Mir. Moscou, 1989.

SHARIGUIN, I., *Problemas de geometría. Planimetría*. Editorial Mir. Moscou, 1986.

LIDSKI V. i altres. *Problemas de matemáticas elementales*. Ed Mir. Coscou, 1983.

COXETER, H.S.M. *Retorno a la geometría*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 1. Madrid. 1994.

Mathematical Association of America. *Concursos de matemáticas. Geometría*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 8. Madrid. 1996.

Mathematical Association of America. *Concursos de matemáticas. Álgebra, Teoría de Números, Trigonometría*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 9 y 10. Madrid. 1996.

AA.VV. *Competencias Matemáticas en Estados Unidos*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 11. Madrid. 1996.

GREITZER, S.L. *Olimpiadas Matemáticas I*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 2. Madrid. 1994.

KLAMKIN, M.S. *Olimpiadas Matemáticas II*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 12. Madrid. 1998.

AA.VV. *Matemáticas Recurrentes*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 13. Madrid. 1998.

HERNÁNDEZ GÓMEZ, J. DONAIRE MORENO, J.J. *Concurso intercentros de matemáticas*. Ed. Nivola. Madrid. 2006.

HERNÁNDEZ GÓMEZ, J. DONAIRE MORENO, J.J.. *Desafíos de geometría 1*. Nivola. Madrid. 2007.

HERNÁNDEZ GÓMEZ, J. DONAIRE MORENO, J.J.. *Desafíos de geometría 2*. Nivola. Madrid. 2008.

GARCÍA ARDURA, M. *Problemas gráficos y numéricos de geometría*. Ed Hernando. Madrid 1963.

GARCÍA ARDURA, M. *Ejercicios y problemas de trigonometría*. Ed Hernando. Madrid 1964.

SÁNCHEZ-RUBIO. RIPOLLÉS AMELA. *Manual de matemáticas para preparación olímpica*. Ed. Universitat Castelló. Castelló de la Plana. 2000.

PÉREZ FUENTES, R. *Olimpiada Matemática*. Ed autor. Utiel. 1998.

ANTONIO ESTEBAN, M. *Problemas de geometría*. Ed FESPM. Badajoz, 2004.

SÁNCHEZ VÁZQUEZ, G. *"Métodos gráficos de resolución de problemas geométricos"*. Ed Sdad. Andaluza de Educación Matemática. Thales. 1996.

ZHÚKOV, a.v. i altres. *La matemática elegante. Problemas y soluciones detalladas*. Ed. Urss. Moscou. 2007.

POSAMENTIER, A.S., SALKIND, C.T. *Challenging Problems in Geometry*. Dover Publications, inc. NY. 1988.

HALMOS, PAUL. *Problèmes pour mathématiciens petits et grands*. Ed. Cassini. París. 2000.

BOLD, B. *Famous Problems of Geometry and How to Solve Them*. Ed. Dover. N.Y. 1969.

HIDETOSHI, F. ROTHMAN, T. *Sacred mathematics. Japanese temple geometry*. Ed Princeton University. 2008.

FAURING P. i altres. *10 olimpíadas iberoamericanas de matemáticas*. Ed. OEI. Madrid. 1996.

KLETENIK, D. *Problemas de geometría analítica*. Moscou. 1979.

BRUÑO. *Geometría. Curso superior*. Ed. Bruño. Valencia. 1957 7ª Edició.

ESTEBAN PIÑEIRO i altres. *Trigonometría. Ed. Síntesis*. Colección: Educación Matemática en secundaria, 20. Madrid. 1998.

DE OLABARRIETA, L. *Apuntes de geometría y trigonometría*. Ed. El Mensajero del Corazón de Jesús. Bilbao 1942.

DE OLABARRIETA, L. *Ejercicios de geometría moderna*. Ed El Mensajero. del Corazón de Jesús. Bilbao. 1944. 2ªed.

ROUCHÉ, E., COMBEROUSSE, CH. *Tratado de geometría elemental*. Ed. suc. Hernando. Madrid. 1915.

PUIG ADAM, P., *Curso de geometría métrica. tomo 1. Fundamentos*. Nuevas gráficas S.A. 8ª ed., Madrid, 1965

PUIG ADAM, P., *Curso de geometría métrica. tomo 2. Complementos*. Nuevas gráficas S.A., 7ª ed., Madrid, 1961.

ROANES MACIAS, E., *Introducción a la geometría*. Anaya, Madrid, 1980.

GELTNER, P.B. PETERSON, D.J. *Geometría*. Ed. Thomson editores. Mèxic. 1998.

COXETER, H.S.M. *Fundamentos de geometría*. Ed. Limusa. Mèxic. 1971.

VELASCO SOTOMAYOR, G. *Tratado de Geometría*. Ed. Limusa. Mèxic. 1983.

LEVI S. SHIVELY, PH.D. *Introducción a la Geometría Moderna*. Compañia editorial continental. Mèxic. 1972.

POGORÉLOV A.V. *Geometría elemental*. Ed. Mir. Moscou. 1974.

FERNÁNDEZ, i., REYES, M.E. *Geometría con el hexágono y el octógono*. Ed. Proyecto Sur. Granada. 2003.

SORTAIS, YVONNE et RENÉ. *La géométrie du triangle*. Ed Hermann. París, 2002.

ZHÚKOV, A.V. *El omnipresente número pi*. Ed Urss, Moscou. 2005.

NELSEN, R.B. *Demostraciones sin palabras*. Ed. Proyecto Sur. 2001.

POLYA, G.. *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas. Mèxic. 1989. 15ªed.

GONZÁLEZ, M. i PALENCIA, J. *Trazado geométrico*. Editorial: els autors. Sevilla.

REDÓN GÓMEZ, A. *Geometría paso a paso*. Ed. Tébar. 2000.

Adreces d'internet.

<http://cms.math.ca/crux/>

Revista Crux Mathematicorum, Societat Canadenca de Matemàtiques.
Problemes Olímpics de tots els nivells. Publiquen 8 números a l'any.
La secció Mayhem (amb problemes elementals) és lliure.
Idioma: Anglès i francès.

<http://www.komal.hu/info/bemutakozas.e.shtml>

Revista KöMaL. Societat Hongaresa de Física i Matemàtiques.
Problemes olímpics de tots els nivells. Publiquen 8 números a l'any.
Idioma: Anglès i magiar.

<http://platea.pntic.mec.es/~csanchez/olimmain.htm>

Olimpiada Matemàtica Espanyola.
Nivell batxillerat.
Col·lecció d'enunciats i solucions dels anys anteriors. Material de preparació.
Idioma: Espanyol.

<http://www.oma.org.ar/>

Pàgina de l'Olimpiada Matemàtica Argentina. Enunciats de les distintes competicions.
Problemes de tots els nivells en especial per a secundària la competició Ñandú.
Idioma: Espanyol.

<http://www.obm.org.br/opencms/>

Pàgina de l'Olimpiada brasilera de matemàtica. Informació sobre les proves.
Revista de problemes EUREKA. Dos nivells de problemes.
Idioma: Portugués.

<http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/>

Laboratorio Virtual de triángulos con Cabri. Ricardo Barroso, professor de la Universitat de Sevilla.
Revista quinzenal de problemes de geometria del triangle.
Idioma: Espanyol.

<http://problemate.blogspot.com/>

Problemas Matemáticos. Blog del professor Roberto Selva.
Problemes de distints nivells.
Idioma: Espanyol.

<http://web.unife.it/progetti/fardicono/flatlandia/>

FRATlandia. Proposta de problemes de geometria.

Nivell: educació secundària.

Idioma: Italià.

<http://www.oei.es/oim/index.html>

Olimpíada Iberoamericana de Matemática.

Revista que conté un apartat de problemes de nivell superior.

Idioma: Espanyol.

<http://www.semcv.org/>

Societat d'Educació matemàtica Al-Khwarizmi. Publica la revista Problemes Olímpics.

Alguns del números es poden descarregar en format pdf.

Nivells: 2n cicle primària, 1r cicle Eso, 2n Cicle Eso.

Idioma: Català.

<http://www.cangur.org/index.htm>

Proves Cangur. Bases de la prova.

Són proves estatals. La Societat Catalana de Matemàtiques té una pàgina amb els enunciats de distints anys.

Aquesta prova també és celebra al País Valencià però en distints dies que a la resta de l'estat.

Nivells: quatre nivells·3r ESO, 4t ESO, 1r Bat., 2n Bat.

Idioma: Català.