



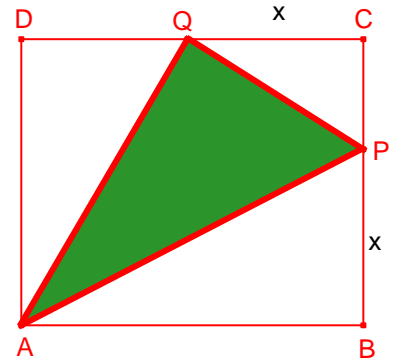
Àrea d'un triangle inscrit en un rectangle.

En la figura, ABCD és un rectangle de costats $\overline{AB} = 12$,
 $\overline{BC} = 10$.
 $\overline{BP} = \overline{CQ} = x$.

Es dibuixa el triangle $\triangle APQ$.

- Per a quins valors de x es pot construir el triangle $\triangle APQ$?
- Ompliu la següent taula de valors:

x	Àrea de triangle $\triangle APQ$ $S(x)$
1	$S(1) = \frac{109}{2} = 54.5$
2	
3	
5	
6	
9	
x	$S(x) =$



- Dibuixeu la gràfica de la funció $S(x)$.
- Per a quin valor de x l'àrea del triangle és mínima.
- Per a quin valor de x l'àrea del triangle és màxima.
- Té simetria la corba?

Solució:

Els valors de x estan entre 0 i 10, $x \in [0, 10]$.

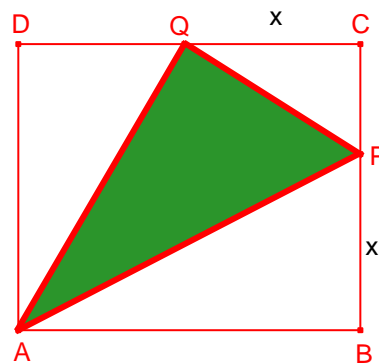
Calculem l'àrea del triangle $\triangle APQ$ si $x = 2$, $S(2)$.

L'àrea del rectangle $ABCD$ és $S_{ABCD} = 12 \cdot 10 = 120$.

L'àrea del triangle rectangle $\triangle ABP$ és: $S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 2 = 12$.

L'àrea del triangle rectangle $\triangle PCQ$ és: $S_{PCQ} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 8$.

L'àrea del triangle rectangle $\triangle ADQ$ és: $S_{ADQ} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$.



L'àrea del triangle $\triangle APQ$ és igual a l'àrea del rectangle $ABCD$ menys la suma de les

àrees dels triangles $\triangle ABP$, $\triangle PCQ$, $\triangle ADQ$:

$$S(2) = 120 - (12 + 8 + 50) = 50.$$

Calculem l'àrea del triangle $\triangle APQ$ si $\overline{BP} = x$:

L'àrea del triangle rectangle $\triangle ABP$ és: $S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot x = 6x$.

L'àrea del triangle rectangle $\triangle PCQ$ és: $S_{PCQ} = \frac{1}{2} \cdot (10 - x) \cdot x = 5x - \frac{1}{2}x^2$.

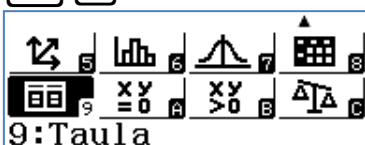
L'àrea del triangle rectangle $\triangle ADQ$ és: $S_{ADQ} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (12 - x) = 60 - 5x$.

$$S(x) = 120 - \left(6x + 5x - \frac{1}{2}x^2 + 60 - 5x \right). \text{ Simplificant:}$$

$$S(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 60.$$

Utilitzarem el menú taula per construir una taula de la funció:

MENU **9**



$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 60$$

Rang taula
Inici: 0
Fi: 10
Pas: .5

x	f(x)
1	60
2	57.125
3	54.5
4	52.125

0

x	f(x)
5	50
6	48.125
7	46.5
8	45.125

3.5

x	f(x)
9	44
10	43.125
11	42.5
12	42.125

5.5

x	f(x)
13	42
14	42.125
15	42.5
16	43.125

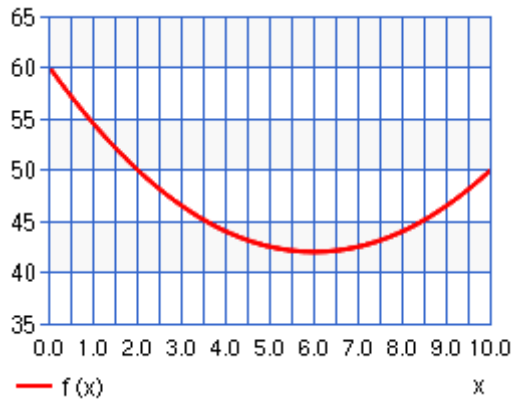
7.5

x	f(x)
17	44
18	45.125
19	46.5
20	48.125

9.5

Utilitzarem el codi QR per representar la funció:

SHIFT OPTN



Observem que el màxim s'assoleix quan $x = 0$, $S(0) = 60$.

Per calcular el mínim utilitzarem el menú de resolució d'equacions quadràtiques de la calculadora que ens dóna el valor del vèrtex (on es troba el mínim)

MENU (←) 2 2
1 (□) 2 (=) (←) 6 (=) 6 0 (=) (=) (=) (=) (=)

1:Sist eq lineals 2:Polinòmica	Polinòmica Grau? Seleccionar 2~4
ax^2+bx+c 0.5x ² -	ax^2+bx+c 6x + 60
$ax^2+bx+c=0$ X ₁ =	$ax^2+bx+c=0$ X ₂ =
$6+2\sqrt{21}i$	$6-2\sqrt{21}i$
Mín de $y=ax^2+bx+c$ x=	Mín de $y=ax^2+bx+c$ y=
6	42

El mínim s'assoleix en el vèrtex de la paràbola:

$x = 6$, $S(6) = 42$.

La corba és simètrica respecte de la recta $x = 6$.