



Àrea d'un triangle inscrit en un trapezi

Siga el trapezi rectangle $ABCD$ $A = D = 90^\circ$,
 $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{CD} = 4$ cm, $\overline{AD} = 5$ cm.

Siga P un punt del costat \overline{AD} , $\overline{AP} = x$.

Considerem el triangle $\triangle BCP$:

a) Per a quins valors de x es pot construir el

triangle $\triangle BCP$?.

b) Ompliu la següent taula de valors:

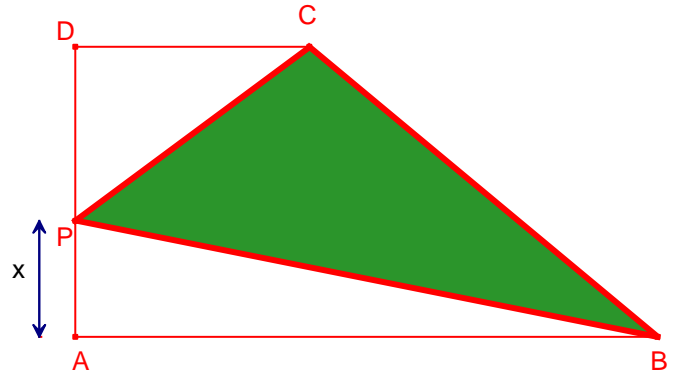
x	Àrea del triangle $\triangle BCP$ $S(x)$
1	$S(1) = 22 \text{ cm}^2$
1.5	
2	
2.5	
3	
4	
x	$S(x) =$

c) Dibuixeu la gràfica de la funció $S(x)$.

d) Quin tipus de funció és? Escriviu les seues característiques.

d) Per a quin valor de x l'àrea del triangle $\triangle BCP$ és 15 cm^2 ? I 17 cm^2 ?

e) Quina és la màxima àrea del triangle $\triangle BCP$? I la mínima?



Solució:

Els valors de x estan entre 0 i 5, $x \in [0, 5]$.

Siga $x = 2$.

El àrea del trapezi ABCD és:

$$S_{ABCD} = \frac{10+4}{2} \cdot 5 = 35.$$

L'àrea del triangle rectangle $\triangle ABP$ és:

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 = 10.$$

L'àrea del triangle rectangle $\triangle CDP$ és:

$$S_{CDP} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6.$$

L'àrea del triangle $\triangle BCP$ és igual a l'àrea del trapezi ABCD menys la suma de les àrees dels triangles $\triangle ABP$, $\triangle CDP$:

$$S(2) = 35 - (10 + 6) = 19 \text{ cm}^2.$$

Si $\overline{AP} = x$,

$$S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x = 5x, \quad S_{CDP} = \frac{1}{2} \cdot 4(5 - x) = 10 - 2x:$$

l'àrea del triangle $\triangle BCP$ és:

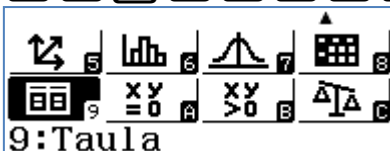
$$S(x) = 35 - (5x + 10 - 2x).$$

$$S(x) = -3x + 25.$$

Per construir la taula de la funció utilitzarem el menú Taula de la Casio 991:

MENU **9**

- **3** **x** **+** **2** **5** **=** **0** **=** **5** **=** **0** **.** **2** **5** **=**



$f(x) = -3x + 25$

Rang taula
Inici: 0
Fi : 5
Pas : 0.25

x	f(x)
1	25
2	24.25
3	23.5
4	22.75

0

x	f(x)
5	22
6	21.25
7	20.5
8	19.75

1.75

x	f(x)
9	19
10	18.25
11	17.5
12	16.75

2.75

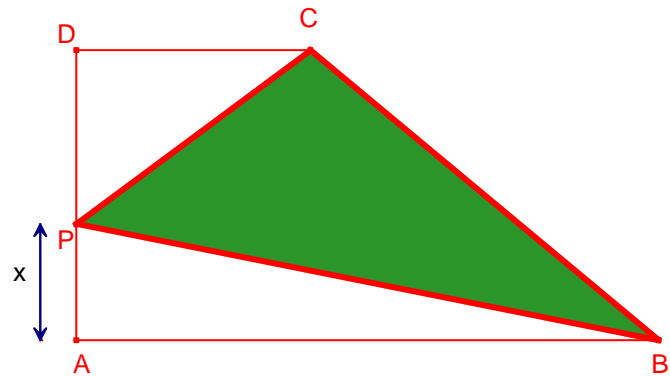
x	f(x)
13	16
14	15.25
15	14.5
16	13.75

3.75

x	f(x)
17	13
18	12.25
19	11.5
20	10.75

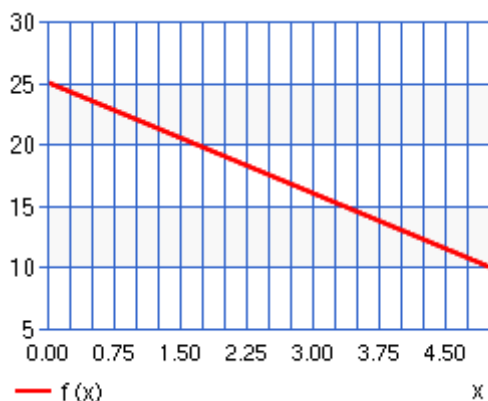
4.75

x	f(x)
19	11.5
20	10.75
21	10
22	



Utilitzarem el codi QR per representar la funció:

SHIFT OPTN



La funció és una recta.

El pendent o gradient de la recta és $m = -3$, aleshores, la recta és decreixent.

L'ordenada a l'origen és $n = 25$, aleshores, la recta talla l'eix d'ordenades en el punt $(0, 25)$.

Per calcular en quin valor de x l'àrea del triangle $\triangle BCP$ és 15 cm^2 resoldrem l'equació $S(x) = 15$.

Utilitzarem la funció SOLVE de la calculadora CASIO 991.

[-] 3 [x] [+] 2 5 [ALPHA] [CALC] 1 5 [SHIFT] [CALC] 1 5 [=] [=]

$-3x+25=15$	$-3x+25=15$	$-3x+25=15$
	$x = 15$	$x = 3.333333333$ $L-R = 0$

L'àrea del triangle $\triangle BCP$ és 15 cm^2 quan $\overline{AP} = \frac{13}{3} \approx 3.33 \text{ cm}$.

Anàlogament, per calcular en quin valor de x l'àrea del triangle $\triangle BCP$ és 17 cm^2 resoldrem l'equació $S(x) = 17$.

$-3x+25=17$
$x = 2.666666667$ $L-R = 0$

L'àrea del triangle $\triangle BCP$ és 17 cm^2 quan $\overline{AP} = \frac{8}{3} \approx 2.67 \text{ cm}$.

El màxim de la funció s'assoleix quan $x = 0$, és a dir, en el punt $(0, 25)$.

El mínim de la funció s'assoleix quan $x = 5$, és a dir, en el punt $(5, 10)$.