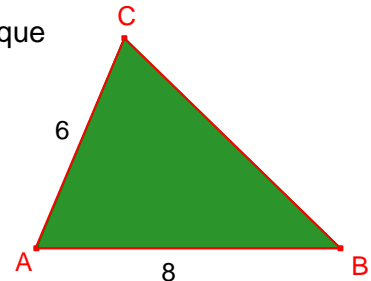




Funció àrea d'un triangle. Àrea màxima

Determineu el triangle $\triangle ABC$ de costats $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{AC} = 6$ cm que té àrea màxima.

En aquest cas, calculeu el valor del costat \overline{BC} .



Solució 1:

L'àrea del triangle $\triangle ABC$ en funció de l'angle A és:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A. \quad S_{ABC} = \frac{1}{2}6 \cdot 8 \sin A.$$

$$S(x) = 24 \cdot \sin x.$$

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.

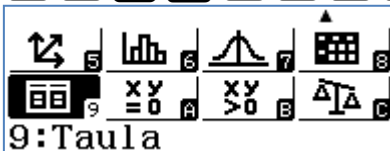
Notem que els valors de x són nombres reals, aleshores, les mesures seran radians.

$$S(x) = 24 \cdot \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

L'inici $x = 0$. El final $x = \pi$, el pas $\frac{\pi}{20}$.

MENU **9**

2 **4** **sen** **(x)** **)** **=** **0** **=** **SHIFT** **x10^x** **=** **SHIFT** **x10^x** **÷** **2** **0** **=** **=**



9:Taula
 $f(x) = 24 \sin(x)$

Rang taula
Inici: 0
Fi : 3.1415
Pas : $\pi \div 20$

x	f(x)
1	0
2	0.157 3.7544
3	0.3141 7.4164
4	0.4712 10.895

x	f(x)
5	0.6283 14.106
6	0.7853 16.97
7	0.9424 19.416
8	1.0995 21.384

x	f(x)
9	1.2566 22.825
10	1.4137 23.704
11	1.5707 24
12	1.7278 23.704

x	f(x)
13	1.8849 22.825
14	2.042 21.384
15	2.1991 19.416
16	2.3561 16.97

x	f(x)
17	2.5132 14.106
18	2.6703 10.895
19	2.8274 7.4164
20	2.9845 3.7544

x	f(x)
19	2.8274 7.4164
20	2.9845 3.7544
21	3.1415 0
22	

Observant la taula notem que el valor màxim s'assoleix quan $x = 1.5707$ i l'àrea màxima és 24 cm^2 .

Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

SHIFT OPTN



Mirant la gràfica el màxim s'assoleix quan:

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ és a dir, quan el triangle és rectangle.}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores, la hipotenusa és $a = 10 \text{ cm}$.

L'àrea màxima és 24 cm^2 .

Solució 2:

Utilitzant la fórmula d'Heró l'àrea del triangle ABC és:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}}{4}$$

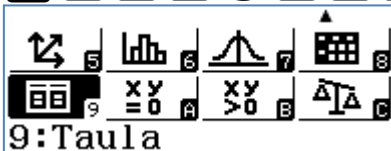
$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{(a+14)(-a+14)(a-2)(a+2)}}{4} \quad . \quad a < 8+6=14, \quad a+6 > 8.$$

$$S(x) = \frac{\sqrt{(x+14)(-x+14)(x-2)(x+2)}}{4}, \quad 2 < x < 14.$$

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.

MENU 9

$\sqrt{\square}$ $(x) + 14) (- x + 14) (x - 2) (x + 2) ($
 $x + 2) \blacktriangledown 4 = 2 = 14 = 0 \cdot 5 = =$



$f(x) = \frac{\sqrt{(x+14)(-x+14)(x-2)(x+2)}}{4}$
 Rang taula
 Inici: 2
 Fi : 14
 Pas : 0.5

x	f(x)
1	0
2.5	5.1656
3	7.6444
3.5	9.7337

x	f(x)
5	11.618
6	13.36
7	14.981
8	16.49

x	f(x)
9	17.888
10	19.171
11	20.333
12	21.362

x	f(x)
13	22.248
14	22.975
15	23.525
16	23.875

x	f(x)
17	24
18	23.862
19	23.418
20	22.605

x	f(x)
21	21.33
22	19.448
23	16.686
24	12.376

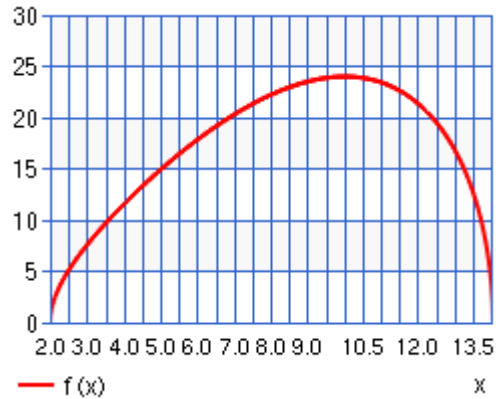
Observant la taula notem que el valor màxim s'assoleix quan $x = 10$ i l'àrea màxima és 24 cm^2 .

Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

SHIFT OPTN



Mirant la gràfica el màxim s'assoleix quan:
 $x = 10$ és a dir, quan el triangle és rectangle, ja que compleix el teorema invers de Pitàgores.
 L'àrea màxima és 24 cm^2 .



Solució 3:

Siga $\overline{CH} = h$ altura del triangle, $\overline{AH} = x$, $\overline{BH} = 8 - x$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle AHC$:

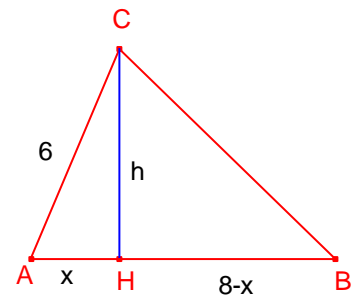
$$6^2 - x^2 = h^2, \quad h = \sqrt{36 - x^2}.$$

L'àrea del triangle $\triangle ABC$ és:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} 8h = 4\sqrt{36 - x^2}.$$

$$S(x) = 4\sqrt{36 - x^2}, \quad -6 < x < 6.$$

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.



MENU 9

4 [√] 3 6 - x x² = (-) 6 = 6 = 0 . 5 = =

f(x) = 4√(36-x²)		Rang taula	
		Inici:-6	
		Fi :6	
		Pas :0.5	
1 x f(x)	5 x f(x)	9 x f(x)	
2 -6 0	6 -4 17.888	10 -1.5 23.237	
3 -5.5 9.5916	7 -3.5 19.493	11 -1 23.664	
4 -5 13.266	8 -2.5 21.817	12 -0.5 23.916	
	-6	-2.5	-0.5
13 x f(x)	17 x f(x)	21 x f(x)	
14 0 24	18 2 22.627	22 4 17.888	
15 0.5 23.916	19 2.5 21.817	23 4.5 15.874	
16 1 23.664	20 3 20.784	24 5 13.266	
	1.5	3.5	5.5

Observant la taula notem que el valor màxim s'assoleix quan $x = 0$ i l'àrea màxima és 24 cm^2 .

Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

SHIFT OPTN



Mirant la gràfica el màxim s'assoleix quan:
 $x = 0$ és a dir, quan el triangle és rectangle.
Aplicant el teorema de Pitàgores, la
hipotenusa és $a = 10$ cm.
L'àrea màxima és 24 cm^2 .

