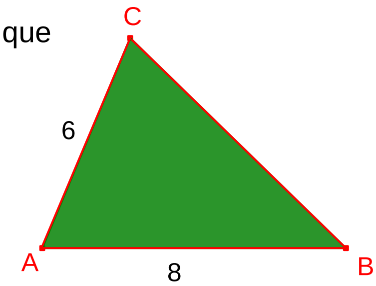
Funció àrea d'un triangle. Àrea màxima

Determineu el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ de costats $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{AC} = 6\text{ cm}$ que té àrea màxima.
En aquest cas, calculeu el valor del costat $\overline{BC}$.



Solució 1:

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ en funció de l'angle A és:

$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A$. $S_{ABC} = \frac{1}{2} 6 \cdot 8 \sin A$.

$S(x) = 24 \cdot \sin x$.

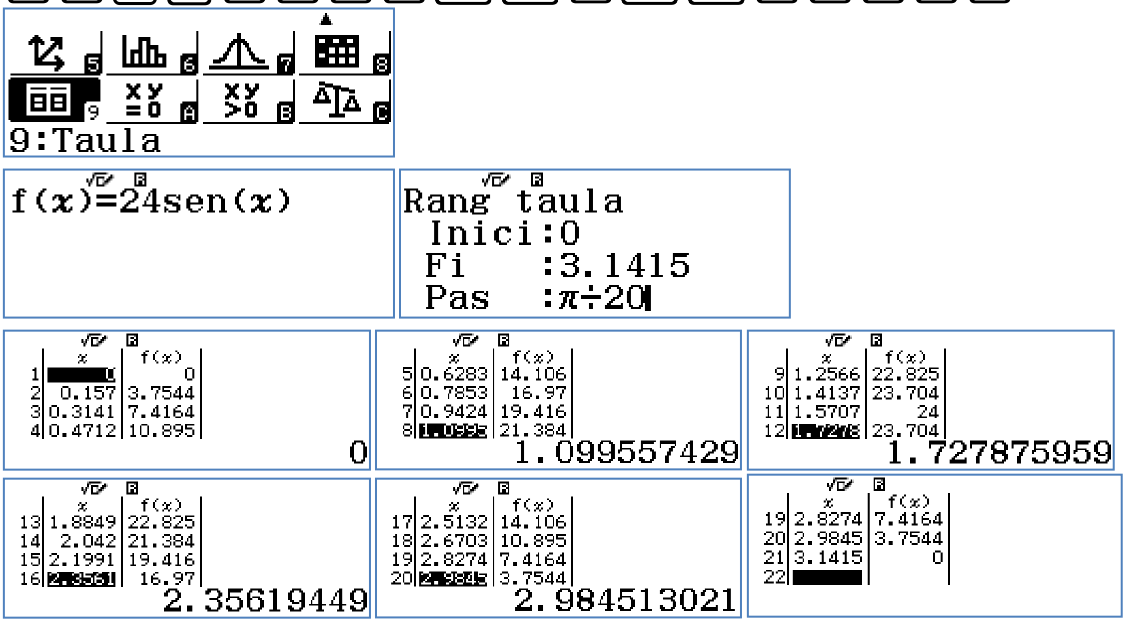
Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.
Notem que els valors de x són nombres reals, aleshores, les mesures seran radians.

$S(x) = 24 \cdot \sin x$, $0 \le x \le \pi$.

L'inici $x = 0$. El final $x = \pi$, el pas $\frac{\pi}{20}$.

MENU 9

2 4 sen x) = 0 = SHIFT $\times 10^x$ = SHIFT $\times 10^x$ ÷ 2 0 = =



Observant la taula notem que el valor màxim s'assoleix quan $x = 1.5707$ i l'àrea màxima és 24 cm^2.

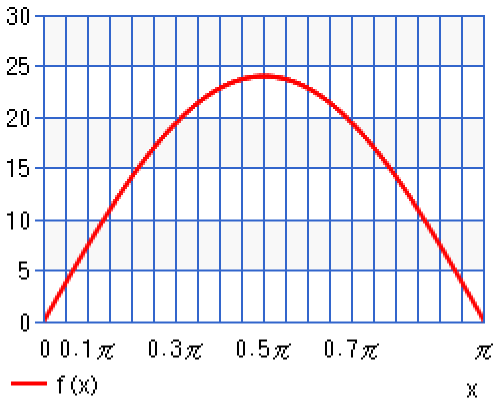
Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

Mirant la gràfica el màxim s'assoleix quan:

$x=\dfrac{\pi}{2}$ és a dir, quan el triangle és rectangle.

Aplicant el teorema de Pitàgores, la hipotenusa és $a=10$ cm.

L'àrea màxima és $24\ \text{cm}^2$.



Solució 2:

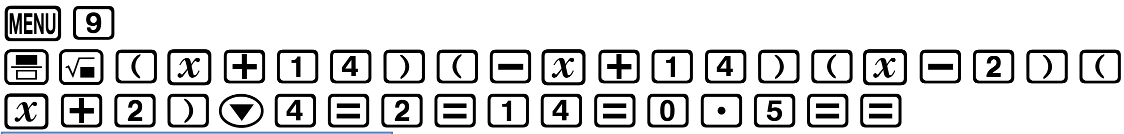
Utilitzant la fórmula d'Heró l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ és:

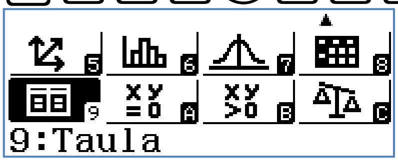
$$S_{ABC}=\frac{\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}}{4}.$$

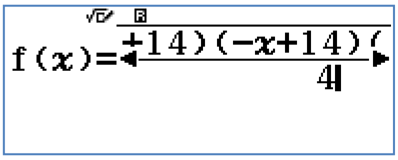
$$S_{ABC}=\frac{\sqrt{(a+14)(-a+14)(a-2)(a+2)}}{4}.\ a<8+6=14,\ a+6>8.$$

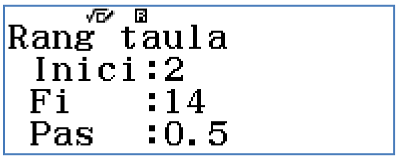
$$S(x)=\frac{\sqrt{(x+14)(-x+14)(x-2)(x+2)}}{4},\ 2<x<14.$$

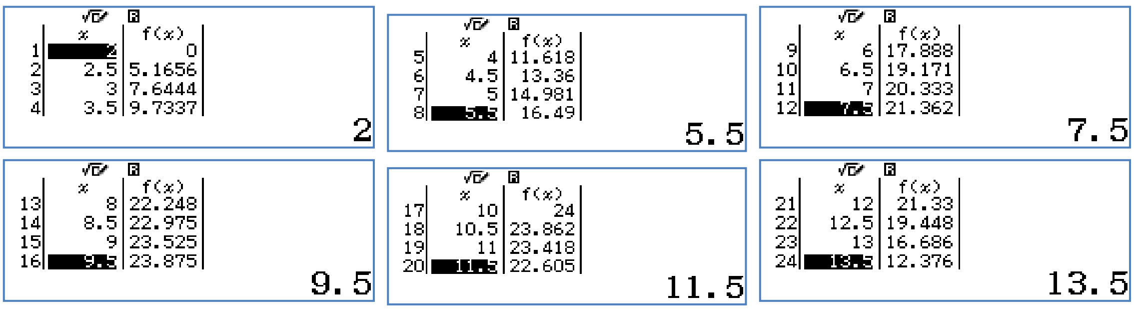
Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.









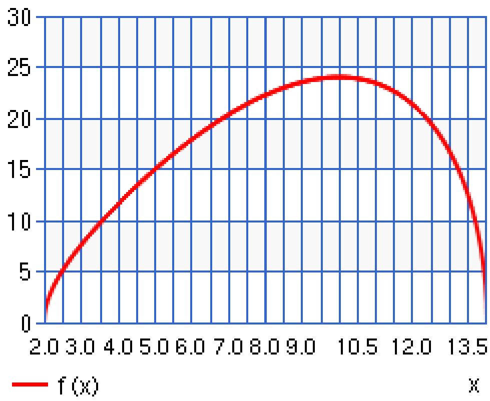


Observant la taula notem que el valor màxim s'assoleix quan $x=10$ i l'àrea màxima és $24\ \text{cm}^2$.

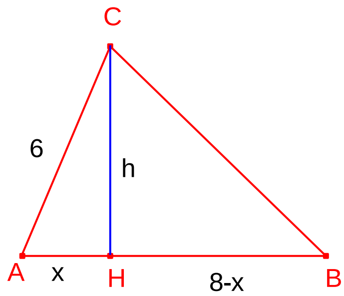
Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

SHIFT OPTN

Mirant la gràfica el màxim s’assoleix quan:
$x = 10$ és a dir, quan el triangle és rectangle, ja que compleix el teorema invers de Pitàgores.
L’àrea màxima és $24\ \text{cm}^2$.



Solució 3:
Siga $\overline{CH} = h$ altura del triangle, $\overline{AH} = x$, $\overline{BH} = 8 - x$.



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AHC}$:
$6^2 - x^2 = h^2$, $h = \sqrt{36 - x^2}$.
L’àrea del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ és:

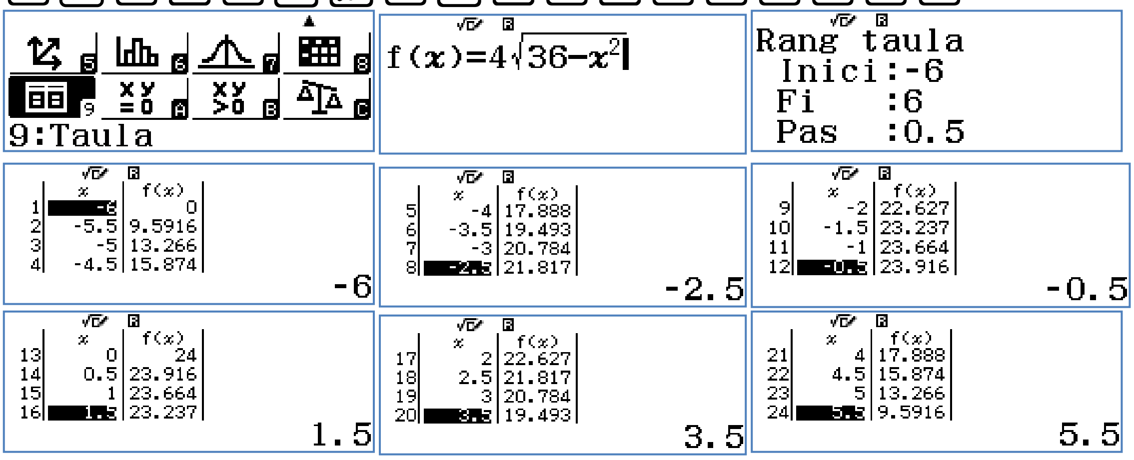
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} 8h = 4\sqrt{36 - x^2}.$$

$S(x) = 4\sqrt{36 - x^2}$, $-6 < x < 6$.

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.

MENU 9

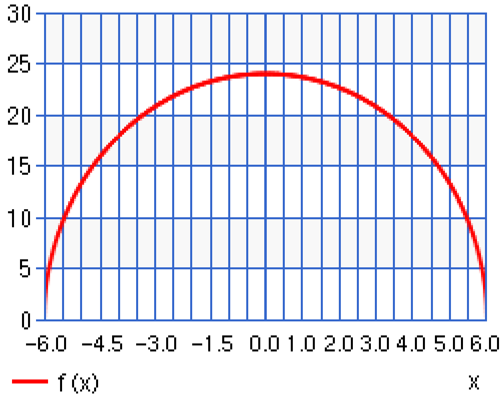
4 √■ 3 6 − x x² = (−) 6 = 6 = 0 • 5 = =



Observant la taula notem que el valor màxim s’assoleix quan $x = 0$ i l’àrea màxima és $24\ \text{cm}^2$.

Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

SHIFT OPTN



Mirant la gràfica el màxim s'assoleix quan:

$x = 0$ és a dir, quan el triangle és rectangle.

Aplicant el teorema de Pitàgores, la hipotenusa és $a = 10$ cm.

L'àrea màxima és 24 cm^2.