



## Material complementari.

### Funcions amb calculadora.

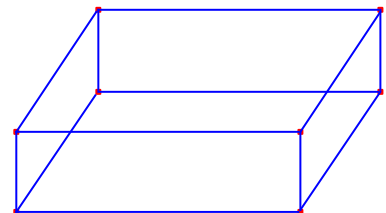
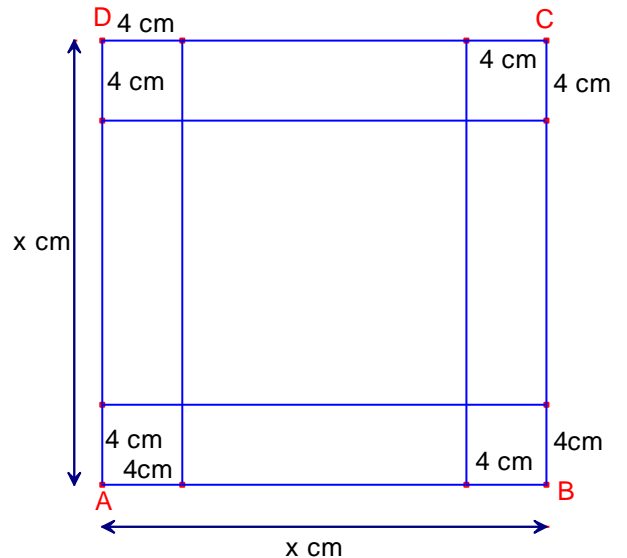
#### Problema 1

En una cartolina quadrada ABCD,  $\overline{AB} = x$  cm,  $\overline{AD} = x$  cm, es retallem 4 quadradets iguals de costat 4 cm per tal de poder construir, plegant la cartolina, un ortoedre.

- Si  $x = 30$  cm quin és el volum de l'ortoedre?
- Determineu els valors que pot tenir  $x$ .
- Ompliu la següent taula de valors.

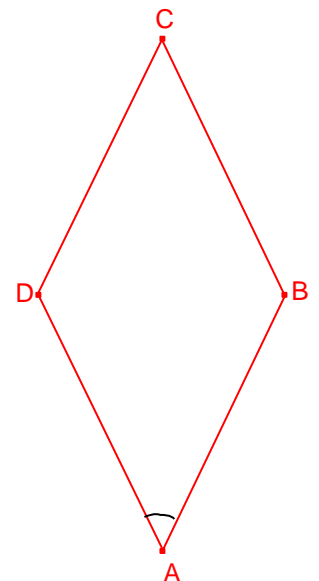
x	V(x)
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	
x	V(x) =

- Dibuixeu la funció.
- Si el volum de la caixa és  $500 \text{ cm}^3$  quin és el valor de  $x$ .



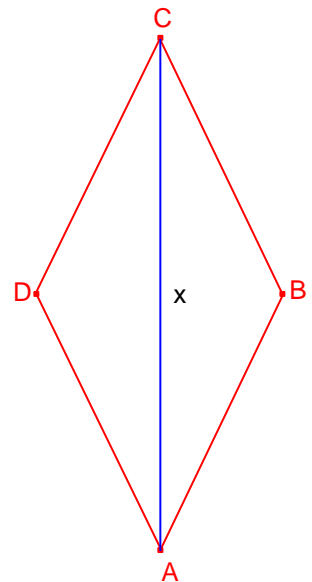
#### Problema 2a

- Determineu l'àrea d'un rombe de costat 4 en funció d'un de l'angle A.
- Quins valors pot tenir l'angle A?
- Construïu una taula de la funció.
- Dibuixeu la gràfica de la funció.
- De tots els rombes anteriors quin té àrea màxima.



### Problema 2b

- Determineu l'àrea d'un rombe de costat 4 en funció de la diagonal  $\overline{AC} = x$ .
- Quins valors pot tenir la diagonal  $x$ ?
- Construïu una taula de la funció.
- Dibuixeu la gràfica de la funció.
- De tots els rombes anteriors quin té àrea màxima.



### Problema 3

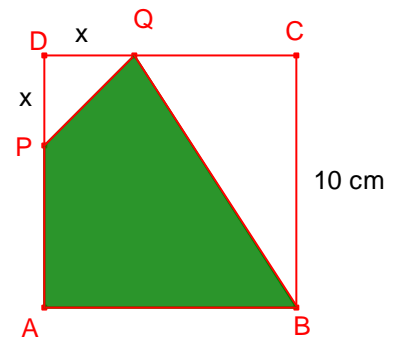
En la figura, el quadrat té costat 10 cm.

Per un vèrtex es retalla el quadrat amb un triangle rectangle isòsceles de catets  $x$ .

- Si  $x = 1$  cm, quina és l'àrea de la zona ombrejada.
- Quins valors pot tenir  $x$ .
- ompliu la següent taula:

x	S(x)
1	
2	
3	
4	
5	
7	
x	S(x) =

- Quin tipus de funció és. Escriu les seues característiques.
- Si l'àrea ombrejada és  $60\text{cm}^2$  quin és el valor de  $x$ .
- Determineu el valor de  $x$  a fi que l'àrea ombrejada siga màxima.



**Problema 1. Solució:**

$$S(30) = (30 - 8)^2 \cdot 4 = 1936 \text{ cm}^2.$$

El domini de la funció és  $x \in [8, +\infty[$ .

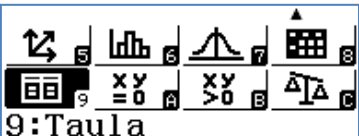
$$S(x) = (x - 8)^2 \cdot 4.$$

$$S(x) = 4x^2 - 64x + 256.$$

Per construir la taula de la funció utilitzarem el menú Taula de la calculadora Casio 991 Classwiz.

MENU 9

4  $x$   $x^2$  - 6 4  $x$  + 2 5 6 = 8 = 4 0 = 2 = =


 $f(x) = 4x^2 - 64x + 256$ 

Rang taula		
Inici:	:	8
Fi	:	40
Pas	:	2

x	f(x)
1	0
2	16
3	64
4	144

8

x	f(x)
5	256
6	400
7	576
8	784

22

x	f(x)
9	1024
10	1296
11	1600
12	1936

30

x	f(x)
13	2304
14	2704
15	3136
16	3600

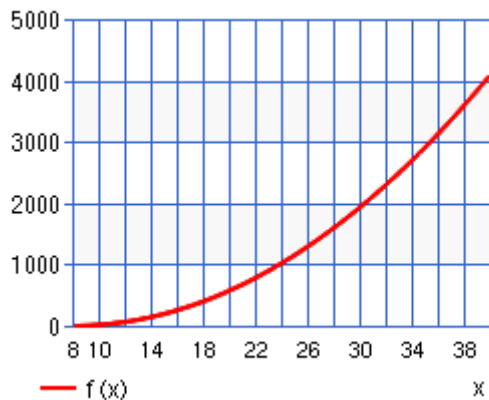
32

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:

SHIFT OPTN



1/1



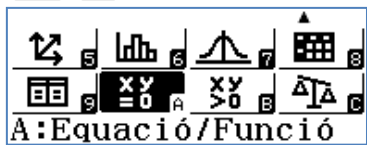
Per determinar el valor del costat de la cartolina  $x$  si el volum de la caixa és  $500 \text{ cm}^3$ , resoldrem l'equació:

$$4x^2 - 64x + 256 = 500.$$

$$4x^2 - 64x - 246 = 0.$$

utilitzarem el menú d'Equacions de la calculadora:

MENU (←) 2 2

 <p>A:Equació/Funció</p>	<p>1:Sist eq lineals 2:Polinòmica</p>	<p>Polinòmica Grau? Seleccionar 2~4</p>
<p><math>ax^2+bx+c</math> <math>4x^2-64x-246</math></p> <p>-244</p>	<p><math>ax^2+bx+c=0</math> <math>X_1=</math></p> <p><math>8+5\sqrt{5}</math></p>	<p><math>ax^2+bx+c=0</math> <math>X_2=</math></p> <p><math>8-5\sqrt{5}</math></p>
<p><math>ax^2+bx+c=0</math> <math>X_1=</math></p> <p>19.18033989</p>	<p><math>ax^2+bx+c=0</math> <math>X_2=</math></p> <p>-3.180339887</p>	

El volum  $500 \text{ cm}^3$  s'assoleix quan  $x \approx 19.18 \text{ cm}$ .

**Problema 2a. Solució:**

Siga  $\overline{AB} = c = 4$ .

L'àrea del rombe ABCD en funció de l'angle A és:

$$S_{ABCD} = c^2 \cdot \sin A. \quad S_{ABCD} = 16 \cdot \sin A.$$

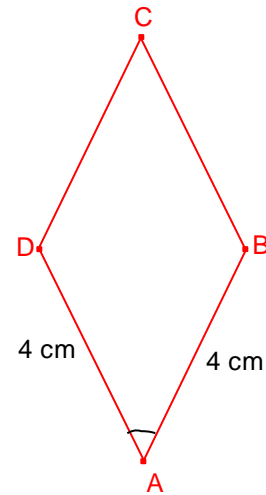
$$S(x) = 16 \cdot \sin x.$$

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.

Notem que els valors de  $x$  són nombres reals, aleshores, es mesures seran radians.

$$S(x) = 16 \cdot \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

L'inici  $x = 0$ . El final  $x = \pi$ , el pas  $\frac{\pi}{20}$ .



MENU 9

1 6 sen X ) = 0 = SHIFT x10^x = SHIFT x10^x ÷ 2 0 = =

<p>9:Taula</p>	$f(x) = 16 \sin(x)$	Rang taula Inici: 0 Fi : 3.1415 Pas : $\pi \div 20$																														
<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.157 2.5029</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.3141 4.9442</td></tr> <tr><td>4</td><td>0.4712 7.2638</td></tr> </table>	x	f(x)	1	0	2	0.157 2.5029	3	0.3141 4.9442	4	0.4712 7.2638	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>5</td><td>0.6283 9.4045</td></tr> <tr><td>6</td><td>0.7853 11.313</td></tr> <tr><td>7</td><td>0.9424 12.944</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.0995 14.256</td></tr> </table>	x	f(x)	5	0.6283 9.4045	6	0.7853 11.313	7	0.9424 12.944	8	1.0995 14.256	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>9</td><td>1.2566 15.216</td></tr> <tr><td>10</td><td>1.4137 15.803</td></tr> <tr><td>11</td><td>1.5707 16</td></tr> <tr><td>12</td><td>1.7278 15.803</td></tr> </table>	x	f(x)	9	1.2566 15.216	10	1.4137 15.803	11	1.5707 16	12	1.7278 15.803
x	f(x)																															
1	0																															
2	0.157 2.5029																															
3	0.3141 4.9442																															
4	0.4712 7.2638																															
x	f(x)																															
5	0.6283 9.4045																															
6	0.7853 11.313																															
7	0.9424 12.944																															
8	1.0995 14.256																															
x	f(x)																															
9	1.2566 15.216																															
10	1.4137 15.803																															
11	1.5707 16																															
12	1.7278 15.803																															
<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>13</td><td>1.8849 15.216</td></tr> <tr><td>14</td><td>2.042 14.256</td></tr> <tr><td>15</td><td>2.1991 12.944</td></tr> <tr><td>16</td><td>2.3561 11.313</td></tr> </table>	x	f(x)	13	1.8849 15.216	14	2.042 14.256	15	2.1991 12.944	16	2.3561 11.313	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>17</td><td>2.5132 9.4045</td></tr> <tr><td>18</td><td>2.6703 7.2638</td></tr> <tr><td>19</td><td>2.8274 4.9442</td></tr> <tr><td>20</td><td>2.9845 2.5029</td></tr> </table>	x	f(x)	17	2.5132 9.4045	18	2.6703 7.2638	19	2.8274 4.9442	20	2.9845 2.5029	1.099557429 1.727875959 2.35619449 2.984513021										
x	f(x)																															
13	1.8849 15.216																															
14	2.042 14.256																															
15	2.1991 12.944																															
16	2.3561 11.313																															
x	f(x)																															
17	2.5132 9.4045																															
18	2.6703 7.2638																															
19	2.8274 4.9442																															
20	2.9845 2.5029																															

Observant la taula notem que el valor màxim s'assoleix quan  $x = 1.5707$  i l'àrea màxima és  $16\text{cm}^2$ , és a dir quan l'angle A és recte.

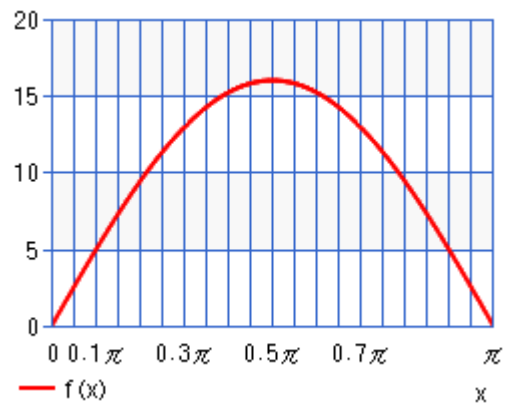
Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:



Mirant la gràfica el màxim s'assoleix quan:

$x = \frac{\pi}{2}$  és a dir, quan el triangle és rectangle.

L'àrea màxima és  $16\text{cm}^2$ .



**Problema 2b.** Solució:

Siga  $\overline{AB} = c = 4$ , costat del rombe.

Siga  $\overline{BD} = y$  l'altra diagonal del rombe.

Les diagonals del rombe divideixen el rombe en quatre triangle rectangles iguals.

Siga O la intersecció de les diagonals del rombe.

$$\overline{OA} = \frac{x}{2}, \overline{OB} = \frac{y}{2}.$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle AOB:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 4^2.$$

$$x^2 + y^2 = 64.$$

$$y = \sqrt{64 - x^2}.$$

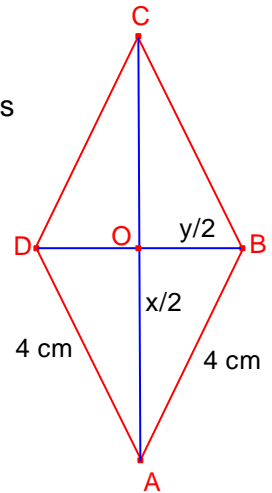
L'àrea del rombe és:

$$S(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{64 - x^2}.$$

El domini de la funció és:

$$x \in [0, 8].$$

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.



**MENU** **9**

**1** **2** **x** **√** **6** **4** **-** **x** **x²** **=** **0** **=** **8** **=** **0** **.** **5** **=**

9:Taula

$$f(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{64 - x^2}$$

Rang taula  
Inici: 0  
Fi : 8  
Pas : 0.5

x	f(x)
0	0
0.5	1.996
1	3.9686
1.5	5.8935

x	f(x)
2	7.7459
2.5	9.4991
3	11.124
3.5	12.589

x	f(x)
4	13.856
4.5	14.882
5	15.612
5.5	15.976

x	f(x)
6	15.874
6.5	15.156
7	13.555
7.5	10.439

El màxim s'assoleix entre  $x \in [5.5, 6]$ . Canviem el domini de la taula:

Rang taula  
Inici: 5.5  
Fi : 6  
Pas : 0.05

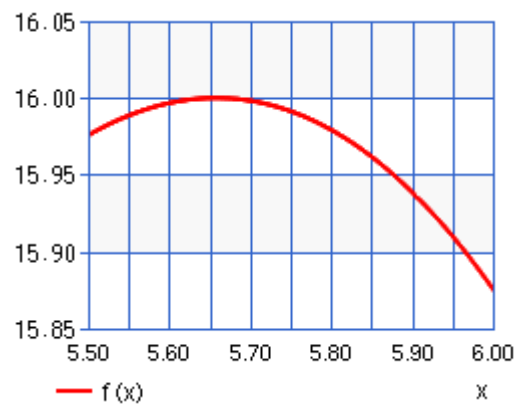
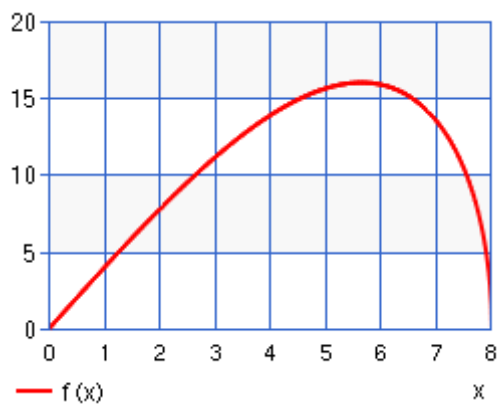
x	f(x)
5.5	15.976
5.55	15.988
5.6	15.996
5.65	15.999

x	f(x)
5.7	15.998
5.75	15.991
5.8	15.978
5.85	15.961

x	f(x)
5.9	15.938
5.95	15.909
6	15.874

Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

**SHIFT** **OPTN**



**Problema 3.** Solució:

Si  $x = 1$  cm, l'àrea de la zona ombrada és:

$$S(1) = 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10 = \frac{109}{2} = 54.5 \text{ cm}^2.$$

L'àrea de la zona ombrada és:

$$S(x) = 10^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(10-x)10.$$

$$S(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 50.$$

La funció és una paràbola convexa.

El seu domini és  $x \in [0, 10]$ .

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.

MENU 9

(←) (□) 1 (▼) 2 (▶) (x) (x²) (+) 5 (x) (+) 5 0 (=) 0 (=) 1 0 (=) 0

(.) 5 (=) (=)

x	f(x)
0	50
0.5	52.375
1	54.5
1.5	56.375
2	58
2.5	59.375
3	60.5
3.5	61.375
4	62
4.5	62.375
5	62.5
5.5	62.375
6	62
6.5	61.375
7	60.5
7.5	59.375
8	58
8.5	56.375
9	54.5
9.5	52.375

Notem en la taula que el màxim s'assoleix quan  $x = 5$  cm i l'àrea màxima és

$$S(5) = 62.5.$$

Resolent l'equació de segon grau amb la calculadora Casio 991 Classwiz ens dona el vèrtex de la paràbola:

Utilitzarem el menú Equació:

MENU (←) 2 2

1:Sist eq lineals  
2:Polinòmica  
Polinòmica  
Grau?  
Seleccionar 2~4

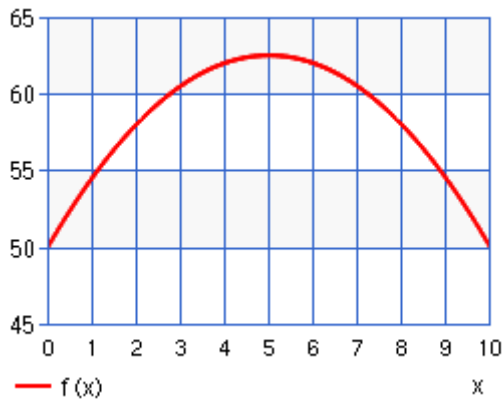


$ax^2+bx+c$ $- 0.5x^2+ 5x + 50$	$ax^2+bx+c=0$ $x_1=$	$ax^2+bx+c=0$ $x_2=$
50	$5+5\sqrt{5}$	$5-5\sqrt{5}$
$\text{Màx de } y=ax^2+bx+c$ $x=$	$\text{Màx de } y=ax^2+bx+c$ $y=$	
5	$\frac{125}{2}$	

El màxim s'assoleix quan  $x = 5$  cm i l'àrea màxima és  $S(5) = \frac{125}{2} = 62.5$ .

Una vegada construïda la taula dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

**SHIFT** **OPTN**



Per calcular en quin valor  $x$  l'àrea ombrejada és  $60 \text{ cm}^2$  resolrem l'equació:

$$-\frac{1}{2}x^2 + 5x + 50 = 60.$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 5x - 10 = 0.$$

Utilitzarem el menú d'Equacions:

$ax^2+bx+c$ $- 0.5x^2+ 5x - 10$	$ax^2+bx+c=0$ $x_1=$	$ax^2+bx+c=0$ $x_2=$
-10	$5+\sqrt{5}$	$5-\sqrt{5}$
$ax^2+bx+c=0$ $x_1=$	$ax^2+bx+c=0$ $x_2=$	
7.236067977	2.763932023	

Té dues solucions:

L'àrea ombrejada és  $60 \text{ cm}^2$  quan  $x \approx 7.24$  cm o bé,  $x \approx 2.76$  cm.