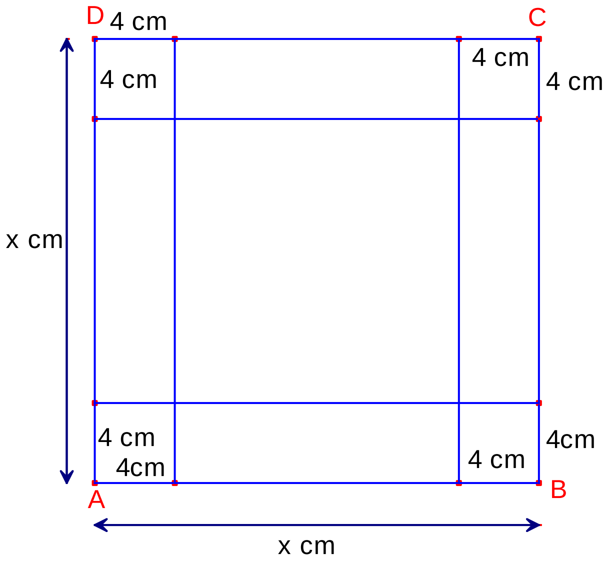
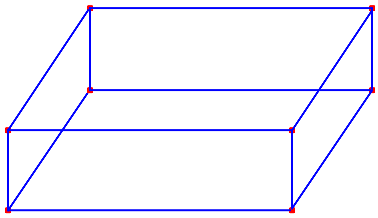
Material complementari.

Funcions amb calculadora.

Problema 1

En una cartolina quadrada ABCD, $\overline{AB} = x$ cm, $\overline{AD} = x$ cm, es retallem 4 quadradets iguals de costat 4 cm per tal de poder construir, plegant la cartolina, un ortoedre.





a) Si $x = 30$ cm quin és el volum de l'ortoedre?.

b) Determineu els valors que pot tenir x .

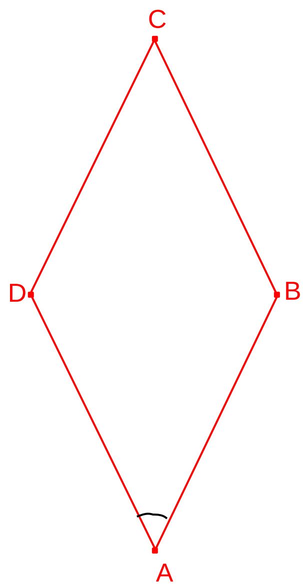
c) Ompliu la següent taula de valors.

x	V(x)
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	
x	$V(x) =$

d) Dibuixeu la funció.

e) Si el volum de la caixa és $500\ \text{cm}^3$ quin és el valor de x.

Problema 2a



a) Determineu l'àrea d'un rombe de costat 4 en funció d'un de l'angle A.

b) Quins valors pot tenir l'angle A?

b) Construïu una taula de la funció.

c) Dibuixeu la gràfica de la funció.

d) De tots els rombes anteriors quin té àrea màxima.

Problema 2b

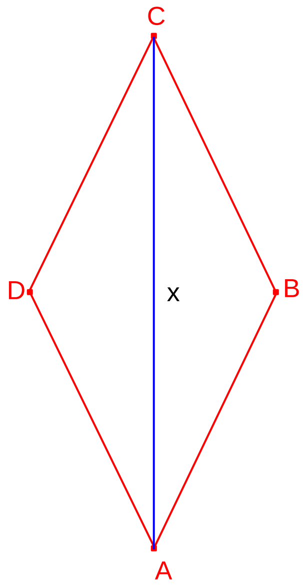
a) Determineu l'àrea d'un rombe de costat 4 en funció de la diagonal $\overline{AC} = x$.

b) Quins valors pot tenir la diagonal x?

b) Construïu una taula de la funció.

c) Dibuixeu la gràfica de la funció.

d) De tots els rombes anteriors quin té àrea màxima.



Problema 3

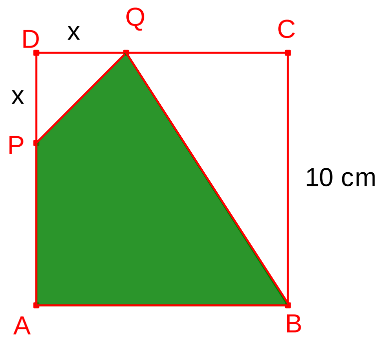
En la figura, el quadrat té costat 10 cm.

Per un vèrtex es retalla el quadrat amb un triangle rectangle isòsceles de catets x.

a) Si $x = 1\,cm$, quina és l'àrea de la zona ombrejada.

b) Quins valors pot tenir x.

c) ompliu la següent taula:



x	S(x)
1	
2	
3	
4	
5	
7	
x	$S(x) =$

d) Quin tipus de funció és. Escriu les seues característiques.

e) Si l'àrea ombrejada és $60cm^2$ quin és el valor de x.

f) Determineu el valor de x a fi que l'àrea ombrejada siga màxima.

Problema 1. Solució:

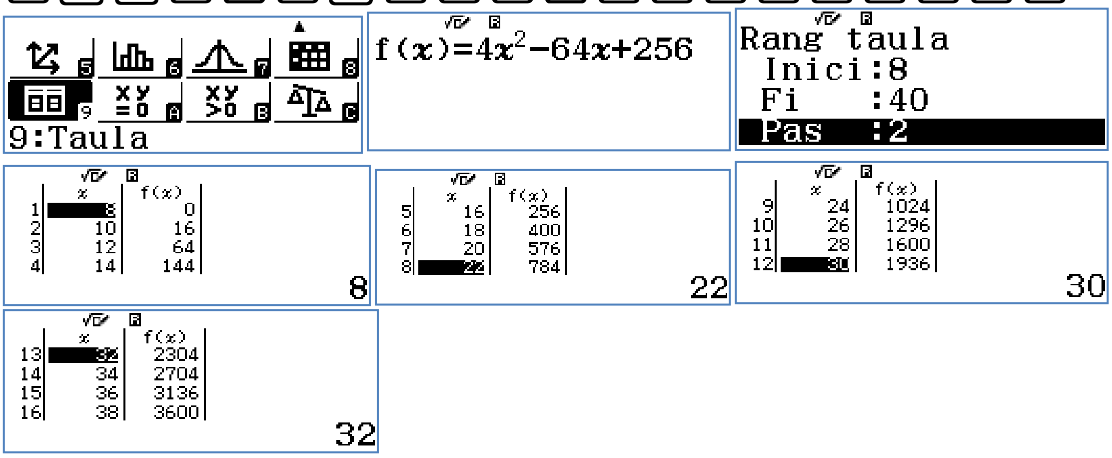
$S(30)=(30-8)^2\cdot 4=1936\ \text{cm}^2$.

El domini de la funció és $x\in[8,+\infty[$.

$S(x)=(x-8)^2\cdot 4$.

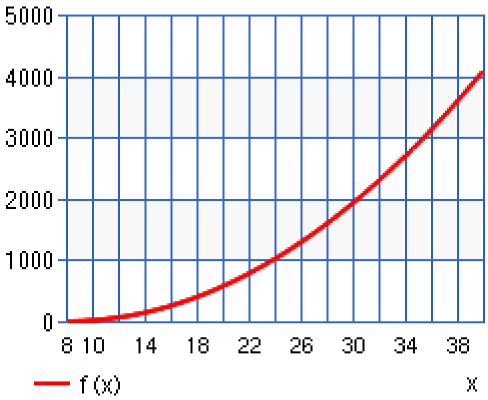
$S(x)=4x^2-64x+256$.

Per construir la taula de la funció utilitzarem el menú Taula de la calculadora Casio 991 Classwiz.



Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:

1/1



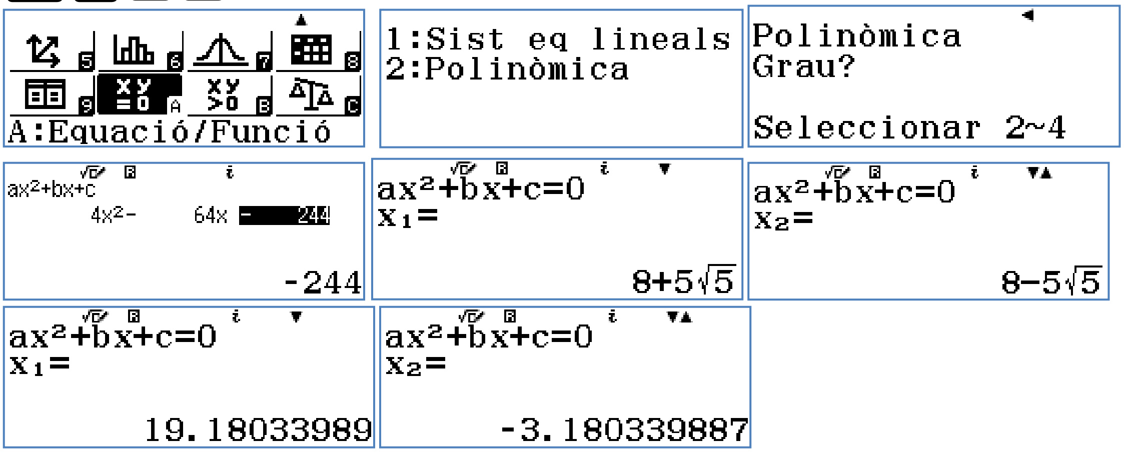
Per determinar el valor del costat de la cartolina x si el volum de la caixa és $500\ \text{cm}^3$, resoldrem l'equació:

$4x^2 - 64x + 256 = 500$.

$4x^2 - 64x - 246 = 0$.

utilitzarem el menú d'Equacions de la calculadora:

MENU (−) 2 2



El volum $500\ \text{cm}^2$ s'assoleix quan $x \approx 19.18\ \text{cm}$.

Problema 2a. Solució:

Siga $\overline{AB} = c = 4$.

L'àrea del rombe ABCD en funció de l'angle A és:

$S_{ABCD} = c^2 \cdot \sin A$. $S_{ABCD} = 16 \cdot \sin A$.

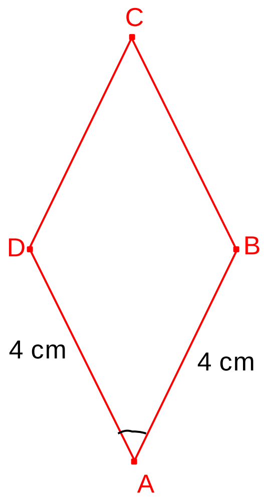
$S(x) = 16 \cdot \sin x$.

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.

Notem que els valors de x són nombres reals, aleshores, es mesures seran radians.

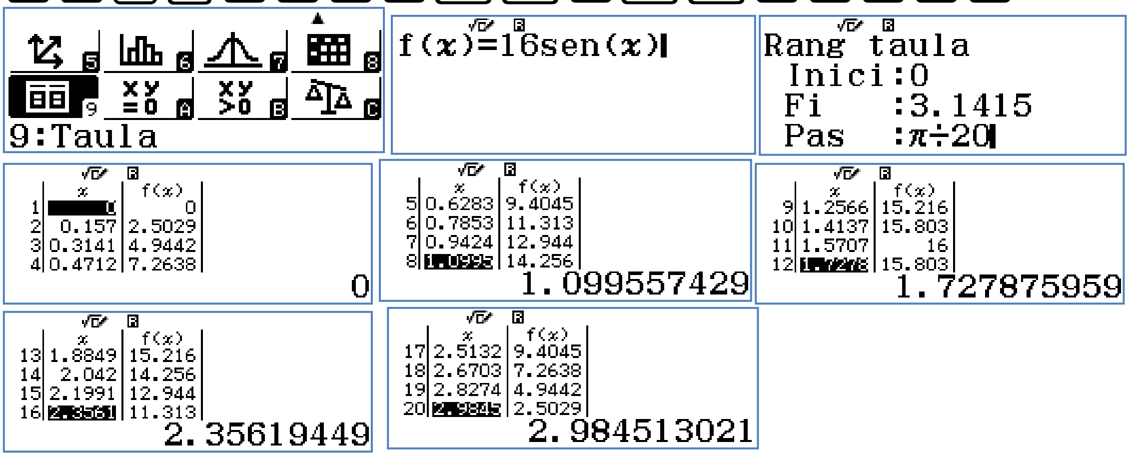
$S(x) = 16 \cdot \sin x$, $0 \le x \le \pi$.

L'inici $x = 0$. El final $x = \pi$, el pas $\frac{\pi}{20}$.



MENU 9

1 6 sen x) = 0 = SHIFT $\times 10^x$ = SHIFT $\times 10^x$ ÷ 2 0 = =



x	f(x)
0	0
0.157	2.5029
0.3141	4.9442
0.4712	7.2638
0.6283	9.4045
0.7853	11.313
0.9424	12.944
1.0995	14.256
1.2566	15.216
1.4137	15.803
1.5707	16
1.7278	15.803
1.8849	15.216
2.042	14.256
2.1991	12.944
2.3561	11.313
2.5132	9.4045
2.6703	7.2638
2.8274	4.9442
2.9845	2.5029

Observant la taula notem que el valor màxim s'assoleix quan $x = 1.5707$ i l'àrea màxima és 16cm^2, és a dir quan l'angle A és recte.

Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

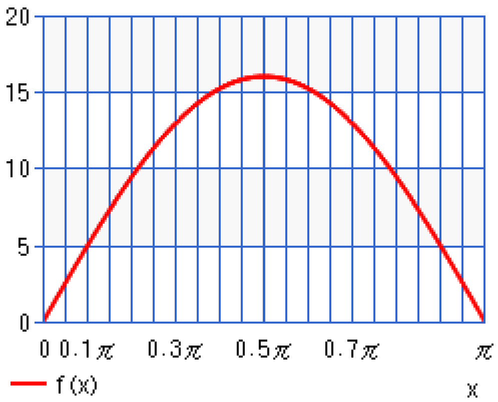
SHIFT OPTN

1/1

Mirant la gràfica el màxim s'assoleix quan:

$x = \frac{\pi}{2}$ és a dir, quan el triangle és rectangle.

L'àrea màxima és 16 cm^2.



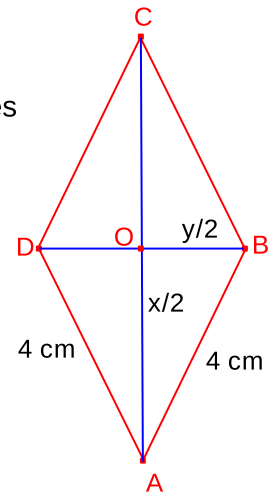
Problema 2b. Solució:

Siga $\overline{AB} = c = 4$, costat del rombe.

Siga $\overline{BD} = y$ l'altra diagonal del rombe.

Les diagonals del rombe divideixen el rombe en quatre triangle rectangles iguals.

Siga O la intersecció de les diagonals del rombe.



$\overline{OA} = \frac{x}{2}$, $\overline{OB} = \frac{y}{2}$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AOB}$:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 4^2.$$

$$x^2 + y^2 = 64.$$

$$y = \sqrt{64 - x^2}.$$

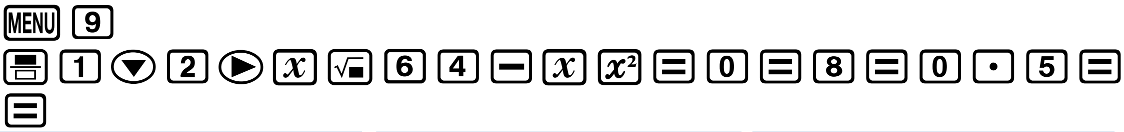
L'àrea del rombe és:

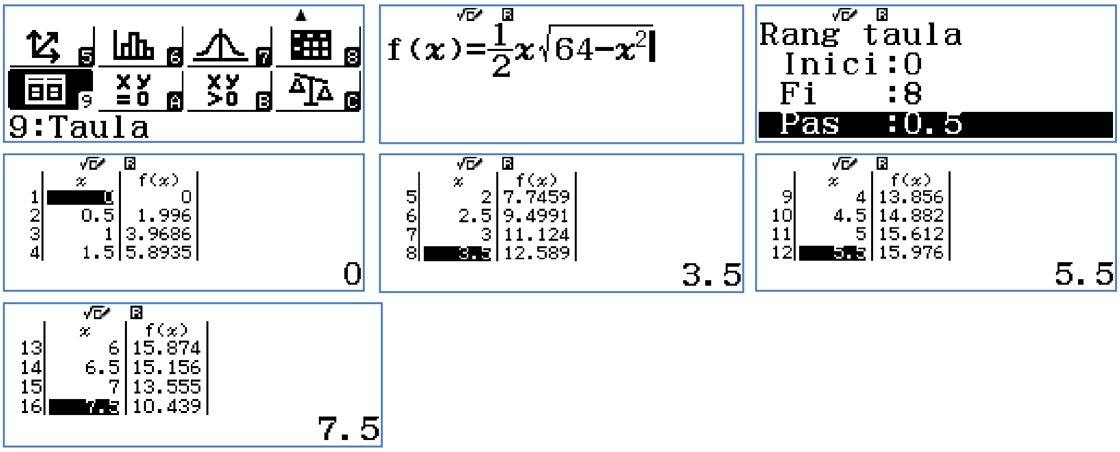
$$S(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{64 - x^2}.$$

El domini de la funció és:

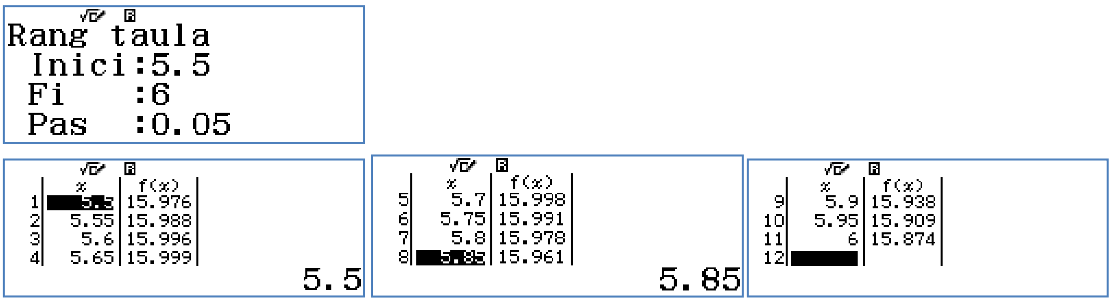
$x \in [0, 8]$.

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.



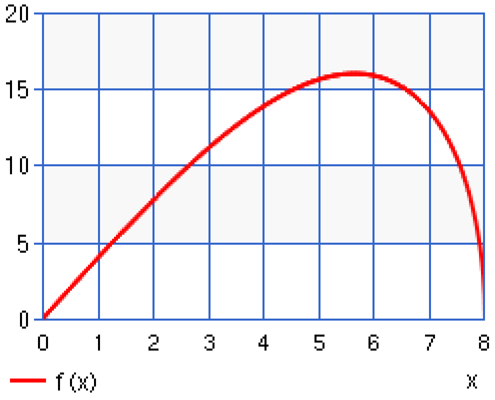


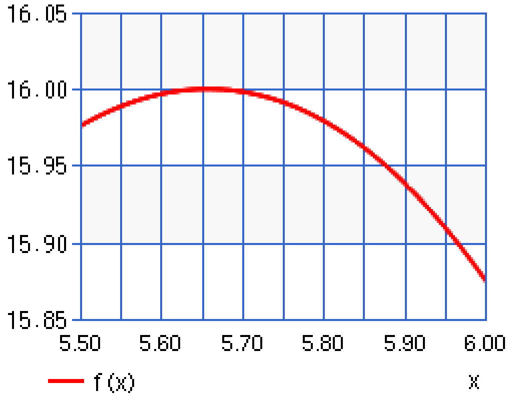
El màxim s'assoleix entre $x \in [5.5, 6]$. Canviem el domini de la taula:



Dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

SHIFT OPTN





Problema 3. Solució:

Si $x = 1\,\text{cm}$, l'àrea de la zona ombrejada és:

$$S(1) = 10^2 - \frac{1}{2}\cdot 1^2 - \frac{1}{2}\cdot 9\cdot 10 = \frac{109}{2} = 54.5\ \text{cm}^2.$$

L'àrea de la zona ombrejada és:

$$S(x) = 10^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(10 - x)10.$$

$$S(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 50.$$

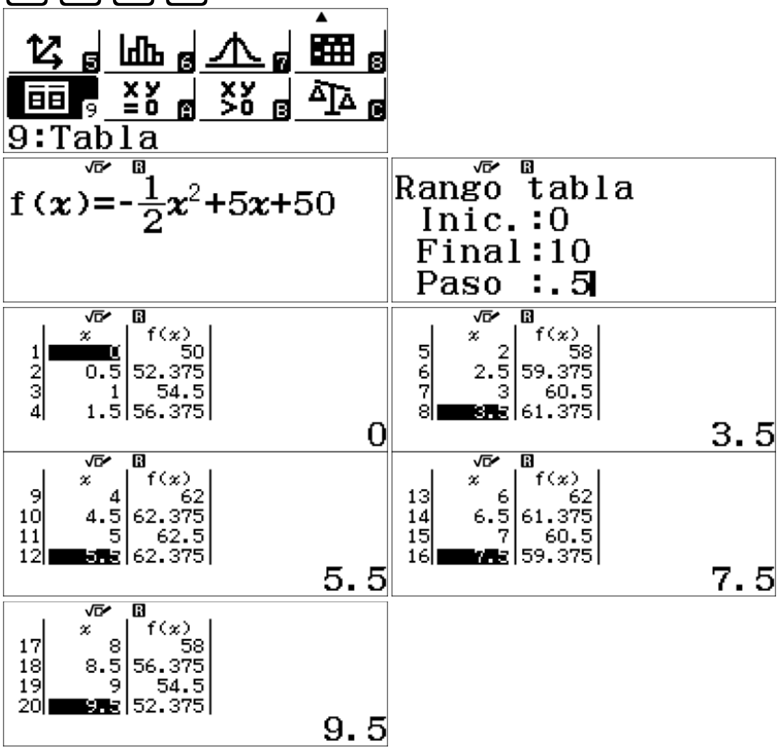
La funció és una paràbola convexa.

El seu domini és $x \in [0, 10]$.

Construïm la seua taula amb la calculadora Casio 991.

MENU 9

(−) ▭ 1 ▼ 2 ▶ x x^2 + 5 x + 5 0 = 0 = 1 0 = 0 · 5 = =

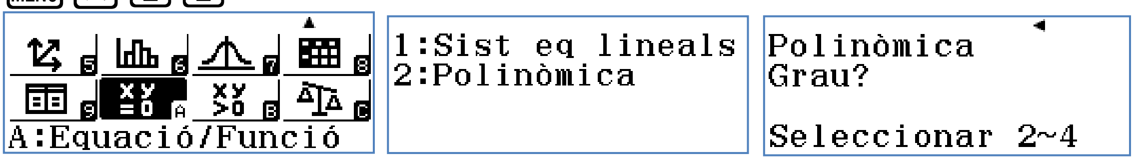


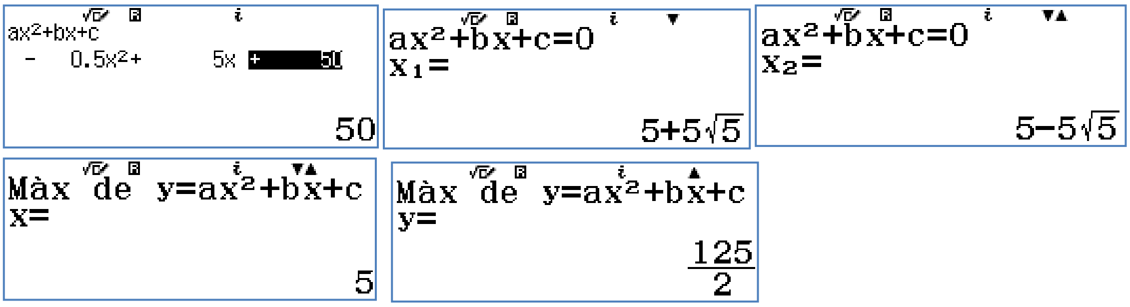
Notem en la taula que el màxim s'assoleix quan $x = 5$ cm i l'àrea màxima és $S(5) = 62.5$.

Resolent l'equació de segon grau amb la calculadora Casio 991 Classwiz ens dóna el vèrtex de la paràbola:

Utilitzarem el menú Equació:

MENU (−) 2 2

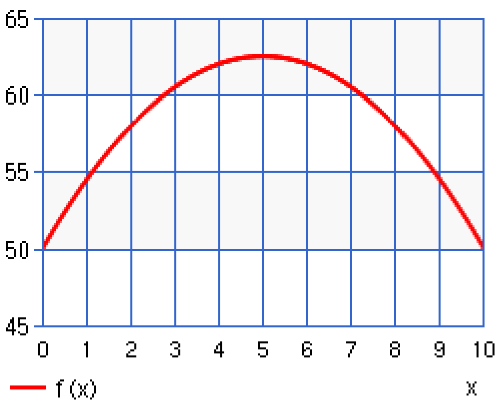




El màxim s'assoleix quan $x = 5$ cm i l'àrea màxima és $S(5) = \frac{125}{2} = 62.5$.

Una vegada construïda la taula dibuixem la funció utilitzant el codi QR de la calculadora 991:

SHIFT OPTN

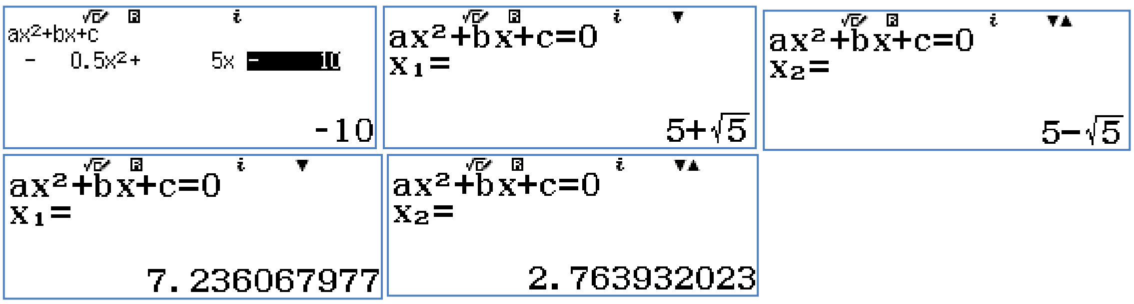


Per calcular en quin valor x l'àrea ombrejada és 60 cm^2 resoldrem l'equació:

$$-\frac{1}{2}x^2 + 5x + 50 = 60 .$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 5x - 10 = 0 .$$

Utilitzarem el menú d'Equacions:



Té dues solucions:

L'àrea ombrejada és 60 cm^2 quan $x \approx 7.24$ cm o bé, $x \approx 2.76$ cm.