



## Àrea d'un quadrilàter.

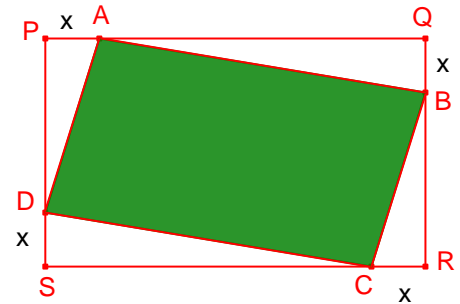
### Funció quadràtica

Siga el rectangle PQRS de costats  $\overline{PQ} = 10$ ,  $\overline{PS} = 6$ .

Siguen A, B, C, D de costats  $\overline{PQ}$ ,  $\overline{QR}$ ,  $\overline{RS}$ ,  $\overline{SP}$ , respectivament, tals que  $\overline{PA} = \overline{QB} = \overline{RC} = \overline{SD} = x$ .

- Si  $x = 1$ , calculeu l'àrea del quadrilàter ABCD.
- Quins valors pot tenir  $x$ ?
- Ompliu la següent taula:

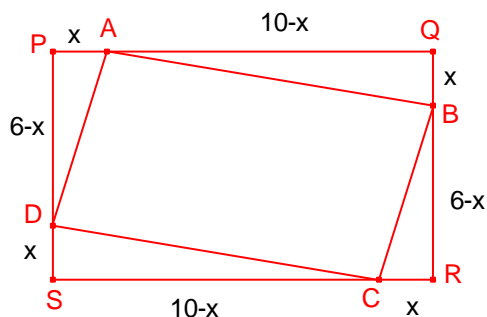
x	Àrea ABCD S(x)
0	
0'5	
1	
1'5	
2	
2'5	
3	
3'5	
4	
4'5	
5	
x	



PQ = 10 cm  
PS = 6 cm

- Quin tipus de funció és  $S(x)$ . Escriu les seues propietats. Representeu la funció.
- Per a quin valor de  $x$  l'àrea del quadrilàter ABCD és mínima?. Quina és l'àrea mínima?
- Si l'àrea del quadrilàter ABCD és  $40 \text{ cm}^2$  quin és el valor de  $x$ ?
- Per a quins valors de  $x$  l'àrea del quadrilàter ABCD és menor o igual que  $30 \text{ cm}^2$ ?

Solució:



L'àrea del quadrilàter ABCD és igual a l'àrea del rectangle PQRS menys la suma de

les àrees dels triangles rectangles  $\triangle PAD$ ,  $\triangle QAB$ ,  $\triangle RCB$ ,  $\triangle RCB$ ,  $\triangle SCD$ :

$$S_{ABCD} = 10 \cdot 6 - (x(6-x) + x(10-x)).$$

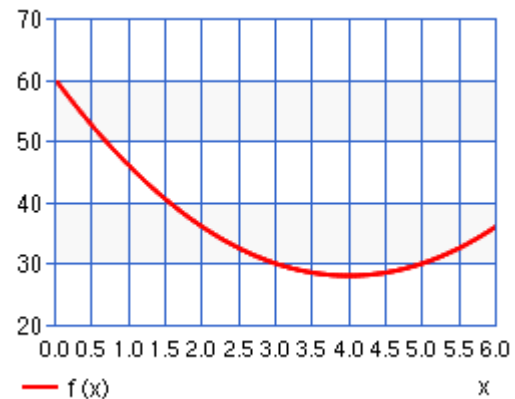
$$S(x) = 2x^2 - 16x + 60, \quad x \in [0, 6].$$

La funció és una paràbola cònca.

Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

$f(x) = 2x^2 - 16x + 60$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 6 Paso: 0.5																				
<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>60</td></tr> <tr><td>2</td><td>52.5</td></tr> <tr><td>3</td><td>46</td></tr> <tr><td>4</td><td>40.5</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	60	2	52.5	3	46	4	40.5	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>36</td></tr> <tr><td>6</td><td>32.5</td></tr> <tr><td>7</td><td>30</td></tr> <tr><td>8</td><td>28.5</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	36	6	32.5	7	30	8	28.5
x	f(x)																				
1	60																				
2	52.5																				
3	46																				
4	40.5																				
x	f(x)																				
5	36																				
6	32.5																				
7	30																				
8	28.5																				
<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>28</td></tr> <tr><td>10</td><td>28.5</td></tr> <tr><td>11</td><td>30</td></tr> <tr><td>12</td><td>32.5</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	9	28	10	28.5	11	30	12	32.5											
x	f(x)																				
9	28																				
10	28.5																				
11	30																				
12	32.5																				

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



El mínim s'assoleix en el vèrtex:

Per calcular el vèrtex resoldrem l'equació  $S(x) = 0$  amb la calculadora:

$ax^2 + bx + c$ $2x^2 - 16x + 60$	60
$ax^2 + bx + c = 0$ $x_1 =$	$ax^2 + bx + c = 0$ $x_2 =$
$4 + \sqrt{14}i$	$4 - \sqrt{14}i$
Mín de $y = ax^2 + bx + c$ $x =$	Mín de $y = ax^2 + bx + c$ $y =$
4	28

El mínim s'assoleix quan  $x = 4 \in [0, 6]$ .

L'àrea mínima del quadrilàter ABCD és:  $S(4) = 28$ .

Per determinar els valors  $x$  que l'àrea del quadrilàter ABCD és  $40 \text{ cm}^2$ , resoldrem l'equació  $S(x) = 40$ .

$$2x^2 - 16x + 60 = 40.$$

$$2x^2 - 16x + 20 = 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú d'equacions de la calculadora:

$$ax^2+bx+c$$

$$2x^2 - 16x + 20$$

20

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_1 =$$

$4 + \sqrt{6}$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_2 =$$

$4 - \sqrt{6}$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_1 =$$

6.449489743

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_2 =$$

1.550510257

Notem que la primera solució no pertany al domini.

L'àrea del quadrilàter és  $40 \text{ cm}^2$  quan  $x = 4 - \sqrt{6} \approx 1.55 \text{ cm}$

Per determinar els valors que l'àrea del quadrilàter ABCD és menor o igual que  $30 \text{ cm}^2$  hem de resoldre la inequació

$$S(x) \leq 30.$$

$$2x^2 - 16x + 60 \leq 30.$$

$$2x^2 - 16x + 30 \leq 0.$$

Per resoldre la inequació utilitzarem el menú inequació de la calculadora:

$$ax^2+bx+c \leq 0$$

$$2x^2 - 16x + 30 \leq 0$$

30

$$a \leq x \leq b$$

$3 \leq x \leq 5$

L'àrea del quadrilàter ABCD és menor o igual que  $30 \text{ cm}^2$  quan  $x \in [3, 5]$ .