



Suma àrees.

Siga el segment $\overline{AB} = 6$ cm.

Siga M un punt del segment \overline{AB} .

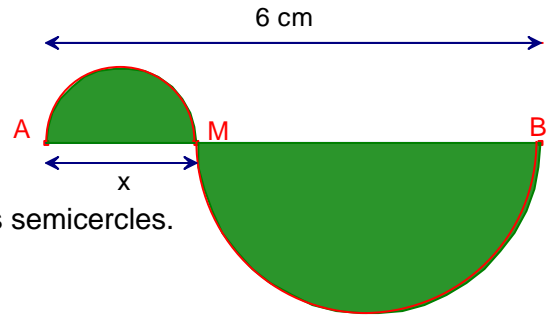
S'han dibuixat dos semicercles de diàmetres \overline{AM} i \overline{MB} .

Siga $\overline{AM} = x$.

a) Si $x = 2$ cm, calculeu la suma de les àrees dels dos semicercles.

b) Ompliu la següent taula:

x	S(x) suma àrees
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
x	



c) Quin tipus de funció és? Escriu les seues característiques. Representeu la funció.

d) Si la suma de les àrees és 10 cm^2 determineu els possibles valors de x.

e) Calculeu el valor de x que fa mínima la suma de les àrees.

Solució:

a)

Si $x = 2$ cm el radi del cercle de l'esquerra és $r = 1$ i el de la dreta és $R = 2$.

La suma de les àrees dels dos cercles és:

$$S(2) = \frac{1}{2}\pi \cdot 1^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot 2^2 = \frac{5}{2}\pi \approx 7.85 \text{ cm}^2.$$

$\frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi \times 2^2$	$\frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi \times 2^2$
$\frac{5}{2}\pi$	7.853981634

Si $\overline{AM} = x$, la suma de les àrees dels dos semicercles és:

$$S(x) = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(3 - \frac{x}{2}\right)^2. \text{ Simplificant:}$$

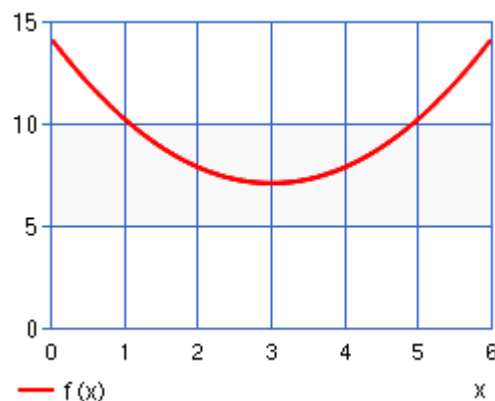
$$S(x) = \frac{\pi}{4}x^2 - \frac{3\pi}{2}x + \frac{9\pi}{2}, \quad x \in [0, 6].$$

La funció és una paràbola còncaua.

Per construir la taula utilitzarem la funció TAULA de la calculadora:

$f(x) = \frac{\pi}{4}x^2 - \frac{3\pi}{2}x + \frac{9\pi}{2}$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 6 Paso : 0.5																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>14.137</td></tr> <tr><td>2</td><td>11.977</td></tr> <tr><td>3</td><td>10.21</td></tr> <tr><td>4</td><td>8.8357</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	14.137	2	11.977	3	10.21	4	8.8357	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>7.8539</td></tr> <tr><td>6</td><td>7.2649</td></tr> <tr><td>7</td><td>7.0685</td></tr> <tr><td>8</td><td>7.2649</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	7.8539	6	7.2649	7	7.0685	8	7.2649
x	f(x)																				
1	14.137																				
2	11.977																				
3	10.21																				
4	8.8357																				
x	f(x)																				
5	7.8539																				
6	7.2649																				
7	7.0685																				
8	7.2649																				
0	3.5																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>7.8539</td></tr> <tr><td>10</td><td>8.8357</td></tr> <tr><td>11</td><td>10.21</td></tr> <tr><td>12</td><td>11.977</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	9	7.8539	10	8.8357	11	10.21	12	11.977	5.5										
x	f(x)																				
9	7.8539																				
10	8.8357																				
11	10.21																				
12	11.977																				

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per determinar els valors x tals que la suma de les àrees és 10 cm^2 , resoldrem el sistema $S(x) = 10$.

$$\frac{\pi}{4}x^2 - \frac{3\pi}{2}x + \frac{9\pi}{2} = 10.$$

$$\frac{\pi}{4}x^2 - \frac{3\pi}{2}x + \frac{9\pi}{2} - 10 = 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú equacions de la calculadora:

ax^2+bx+c $0.7853x^2 - 4.7123x + 4.1371$	$ax^2+bx+c=0$ $x_2 =$
4.137166941	1.06805915

Aleshores, els valors de x són aproximadament, $x = 1.07 \text{ cm}$, $x = 4.14 \text{ cm}$.

Per calcular el valor mínim que fa mínima la suma de les àrees, resoldrem l'equació $S(x) = 0$.

ax^2+bx+c $0.7853x^2 - 4.7123x + 14.1371$	$ax^2+bx+c=0$ $x_2 =$
14.13716694	
Min de $y=ax^2+bx+c$ $x =$	Min de $y=ax^2+bx+c$ $y =$
3	$\frac{9}{4}\pi$
Min de $y=ax^2+bx+c$ $y =$	
7.068583471	

El valor mínim de la suma de les àrees s'assoleix quan $x = 3$ i l'àrea mínima és

$$S(3) = \frac{9\pi}{4} \approx 7.07.$$