



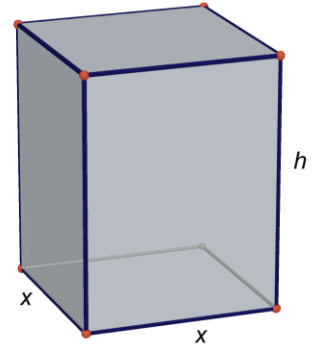
Àrea d'un prisma.

Funció quadràtica.

Un prisma regular quadrangular la suma de les arestes és 160 cm.

- Si l'aresta de la base és $x = 4$ cm calculeu l'àrea total $S(4)$.
- Quin valor pot tenir x ?
- Ompliu la següent taula:

x	S(x)
1	
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
x	



- Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.
- Representeu la funció.
- Per a quin valor de x l'àrea és màxima?.
- Per a quins valors de l'aresta x l'àrea és 400 cm^2 ?

Solució:

a)

Siga h l'altura del prisma.

Hi ha 8 arestes iguals a l'aresta de la base i 4 iguals a l'altura:

$$8 \cdot 4 + 4h = 160 . \text{ Resolent l'equació:}$$

$$h = 32 \text{ cm} .$$

$$\text{L'àrea del prisma és: } S(4) = 2 \cdot 4^2 + 4(4 \cdot 32) = 544 \text{ cm}^2 .$$

Siguen x l'aresta de la base i h l'altura del prisma. La suma de les arestes és 160:

$$8x + 4h = 160 .$$

$$h = 40 - 2x .$$

L'àrea total del prisma és:

$$S(x) = 2x^2 + 4(x(40 - 2x)) .$$

$$S(x) = -6x^2 + 160x , x \in [0, 20] .$$

c)

Per construir la taula utilitzarem el menú *TAULA* de la calculadora:

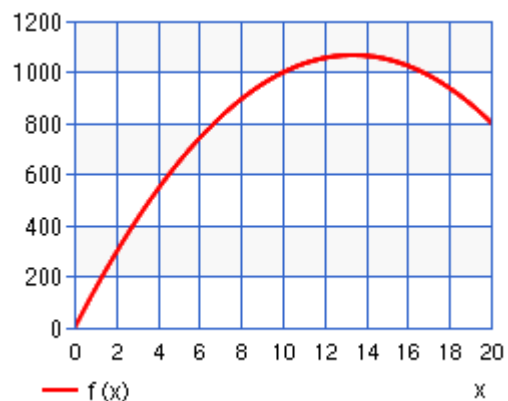
$f(x) = -6x^2 + 160x$

<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>296</td></tr> <tr><td>3</td><td>544</td></tr> <tr><td>4</td><td>744</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	0	2	296	3	544	4	744	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>896</td></tr> <tr><td>6</td><td>1000</td></tr> <tr><td>7</td><td>1056</td></tr> <tr><td>8</td><td>1064</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	896	6	1000	7	1056	8	1064
x	f(x)																				
1	0																				
2	296																				
3	544																				
4	744																				
x	f(x)																				
5	896																				
6	1000																				
7	1056																				
8	1064																				
0	14																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>1024</td></tr> <tr><td>10</td><td>936</td></tr> <tr><td>11</td><td>800</td></tr> <tr><td>12</td><td></td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	9	1024	10	936	11	800	12												
x	f(x)																				
9	1024																				
10	936																				
11	800																				
12																					

La funció és una paràbola convexa.

e)

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora.



Per determinar el valor màxim de l'àrea
resoldrem l'equació $S(x) = 0$.

$$-6x^2 + 160x = 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú
EQUACIONS de la calculadora:

<table border="1"> <thead> <tr> <th>ax^2+bx+c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>- 6x²+ 160x +</td> </tr> </tbody> </table>	ax^2+bx+c	- 6x ² + 160x +	0		
ax^2+bx+c					
- 6x ² + 160x +					
<table border="1"> <thead> <tr> <th>$ax^2+bx+c=0$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x_1 = \frac{80}{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	$ax^2+bx+c=0$	$x_1 = \frac{80}{3}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>$ax^2+bx+c=0$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x_2 = 0$</td> </tr> </tbody> </table>	$ax^2+bx+c=0$	$x_2 = 0$
$ax^2+bx+c=0$					
$x_1 = \frac{80}{3}$					
$ax^2+bx+c=0$					
$x_2 = 0$					
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Máx de $y=ax^2+bx+c$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x = \frac{40}{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	Máx de $y=ax^2+bx+c$	$x = \frac{40}{3}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Máx de $y=ax^2+bx+c$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$y = \frac{3200}{3}$</td> </tr> </tbody> </table>	Máx de $y=ax^2+bx+c$	$y = \frac{3200}{3}$
Máx de $y=ax^2+bx+c$					
$x = \frac{40}{3}$					
Máx de $y=ax^2+bx+c$					
$y = \frac{3200}{3}$					
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Máx de $y=ax^2+bx+c$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x = 13.33333333$</td> </tr> </tbody> </table>	Máx de $y=ax^2+bx+c$	$x = 13.33333333$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Máx de $y=ax^2+bx+c$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$y = 1066.666667$</td> </tr> </tbody> </table>	Máx de $y=ax^2+bx+c$	$y = 1066.666667$
Máx de $y=ax^2+bx+c$					
$x = 13.33333333$					
Máx de $y=ax^2+bx+c$					
$y = 1066.666667$					

L'àrea màxima s'assoleix quan $x = \frac{40}{3} \approx 13.33$ cm. L'àrea màxima és

$$S\left(\frac{40}{3}\right) = \frac{3200}{3} \approx 1066.67 \text{ cm}^2.$$

Per determinar els valors x tals que l'àrea del prisma siga 400 cm^2 resoldrem l'equació
 $S(x) = 400$.

$$-6x^2 + 160x = 400.$$

$$-6x^2 + 160x - 400 = 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú EQUACIONS de la calculadora:

$$ax^2+bx+c$$

$$- \quad 6x^2+ \quad 160x \quad - \quad 400$$

$$-400$$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$X_1=$$

$$\frac{40+10\sqrt{10}}{3}$$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$X_2=$$

$$\frac{40-10\sqrt{10}}{3}$$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$X_1=$$

$$23.87425887$$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$X_2=$$

$$2.792407799$$

La primera solució no pertany al domini de la funció.

L'àrea del prisma és 400 cm^2 quan $x = \frac{40 - 10\sqrt{10}}{3} \approx 2.79 \text{ cm}$.