



Mesura del catet d'un triangle rectangle.

Funció amb radicals.

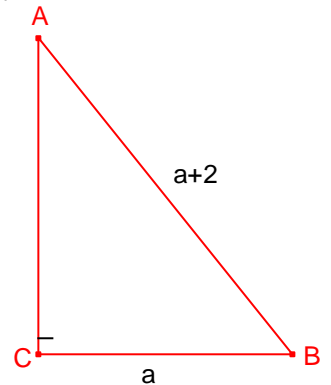
En un triangle rectangle la hipotenusa \overline{AB} mesura 2 cm més que el catet \overline{BC} .

Siga $\overline{BC} = a$.

a) Si $a = 3$, calculeu la mesura $b(3)$ de l'altre catet \overline{AC} .

b) Ompliu la taula següent:

a catet \overline{BC}	b(a) catet \overline{AC}
1	
2	
3	
4	
5	
6	
a	



c) Dibuixeu la funció $b(a)$.

d) Determineu el valor a a fi que el triangle rectangle $\triangle ABC$ siga isòsceles.

e) Calculeu el valor de a si el catet $\overline{AC} = 10$ cm.

f) Calculeu el valor a tal que el catet \overline{AC} siga major o igual que el doble catet \overline{BC} .

g) Calculeu el valor de a tal que l'àrea del triangle $\triangle ABC$ siga menor o igual que 12 cm^2 ?

h) Dibuixeu les funcions $b(x) = 2\sqrt{x+1}$ i $g(x) = 2\sqrt{x}$. Compareu les dues funcions.

Solució:

a) b)

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle ABC$:

$$b^2 = (a+2)^2 - a^2 = 4a + 4.$$

$$b(a) = 2\sqrt{a+1}, \quad a \geq 0.$$

$$\text{Si } a = 3, \quad b(3) = 2\sqrt{3+1} = 4.$$

Per construir la taula utilitzarem el menú *TAULA* de la calculadora:

```


$$f(x) = 2\sqrt{x+1}$$


```

```

Rangó tabla
Inic.: 0
Final: 11
Paso : 1

```

x	f(x)
1	2
2	2.8284
3	3.4641
4	4

0

x	f(x)
5	4.4721
6	4.8989
7	5.2915
8	5.6568

7

x	f(x)
9	6.3245
10	6.6332
11	6.9282

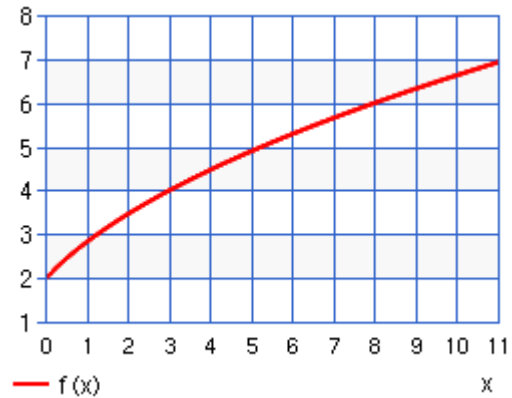
11

c)

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



1/1



d)

Per determinar el valor a tal que el triangle rectangle $\triangle ABC$ siga isòsceles, hem de resoldre l'equació $b(a) = a$.

$2\sqrt{a+1} = a$. Elevant al quadrat:

$$a^2 - 4a - 4 = 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú EQUACIONS de la calculadora:

ax^2+bx+c	i
$1x^2 - 4x - 4$	

-4

$ax^2+bx+c=0$	i
$X_1 =$	$2+2\sqrt{2}$

$ax^2+bx+c=0$	i
$X_2 =$	$2-2\sqrt{2}$

$ax^2+bx+c=0$	i
$X_1 =$	4.828427125

$ax^2+bx+c=0$	i
$X_2 =$	-0.8284271247

La segona solució és absurda.

El triangle rectangle $\triangle ABC$ és isòsceles quan $a = 2 + \sqrt{2} \approx 4.83$ cm.

e)

Per determinar el valor de a tal que el catet \overline{AC} siga 10 cm, hem de resoldre l'equació $b(a) = 10$.

$$2\sqrt{a+1} = 10.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem la funció SOLVE de la calculadora:

$2\sqrt{x+1} = 10$

$2\sqrt{x+1} = 10$	
$x =$	24
L-R =	0

Aleshores, $\overline{AC} = 10$ cm quan $a = 24$ cm.

f)

Per determinar el valor a tal que el catet \overline{AC} siga major o igual que el doble del catet \overline{BC} hem de resoldre la inequació $b(a) \geq 2a$

$$2\sqrt{a+1} \geq 2a.$$

$\sqrt{a+1} \geq a \geq 0$. Elevant al quadrat:

$$a^2 - a - 1 \leq 0, a \geq 0.$$

Per resoldre la inequació utilitzarem el menú inequacions de la calculadora:

$ax^2+bx+c \leq 0$ $1x^2 - 1x - 1 \leq 0$ <p style="text-align: right;">-1</p>	$a \leq x \leq b$ $\frac{1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
--	---

El catet \overline{AC} siga major o igual que el doble del catet \overline{BC} quan $a \in \left[0, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$.

g)

L'àrea del triangle rectangle $\triangle ABC$ és:

$$S(a) = \frac{1}{2} a \cdot 2\sqrt{a+1}.$$

$$S(a) = a\sqrt{a+1}.$$

Per determinar el valor de a tal que l'àrea del triangle $\triangle ABC$ siga menor o igual que 12 cm^2 , hem de resoldre la inequació $S(a) \leq 12$.

$0 \leq a\sqrt{a+1} \leq 12$. Elevant al quadrat:

$$a^3 + a^2 - 144 \leq 0, a \geq 0$$

$ax^3+bx^2+cx+d \leq 0$ $1x^3 + 1x^2 - 144 \leq 0$ <p style="text-align: right;">-144</p>	$x \leq a$ $x \leq 4.928452488$
---	---------------------------------

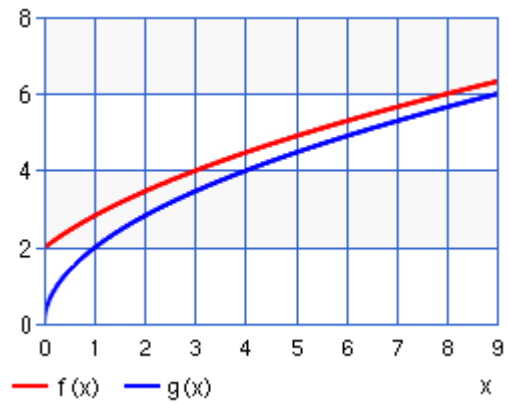
Aleshores, l'àrea del triangle $\triangle ABC$ siga menor o igual que 12 cm^2 quan $a \in [0, 4.93]$.

h)

Per dibuixar la gràfica de les funcions $b(x) = 2\sqrt{x+1}$ i $g(x) = 2\sqrt{x}$ utilitzarem el menú taula (amb dues funcions en la configuració).

$f(x) = 2\sqrt{x+1}$	$g(x) = 2\sqrt{x}$																														
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> <th>g(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>2.8284</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3.4641</td><td>2.8284</td></tr> <tr><td>4</td><td>3.4641</td><td>3.4641</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">0</p>	x	f(x)	g(x)	1	2	0	2	2.8284	2	3	3.4641	2.8284	4	3.4641	3.4641	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> <th>g(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>4.4721</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>4.8989</td><td>4.4721</td></tr> <tr><td>7</td><td>5.2915</td><td>4.8989</td></tr> <tr><td>8</td><td>5.6568</td><td>5.2915</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">7</p>	x	f(x)	g(x)	5	4.4721	4	6	4.8989	4.4721	7	5.2915	4.8989	8	5.6568	5.2915
x	f(x)	g(x)																													
1	2	0																													
2	2.8284	2																													
3	3.4641	2.8284																													
4	3.4641	3.4641																													
x	f(x)	g(x)																													
5	4.4721	4																													
6	4.8989	4.4721																													
7	5.2915	4.8989																													
8	5.6568	5.2915																													

Per dibuixar la gràfica utilitzarem el codi QR.



Notem que la funció $b(x)$ és traslladada de la funció $g(x)$ amb un trasllat horitzontal de -1 unitat.