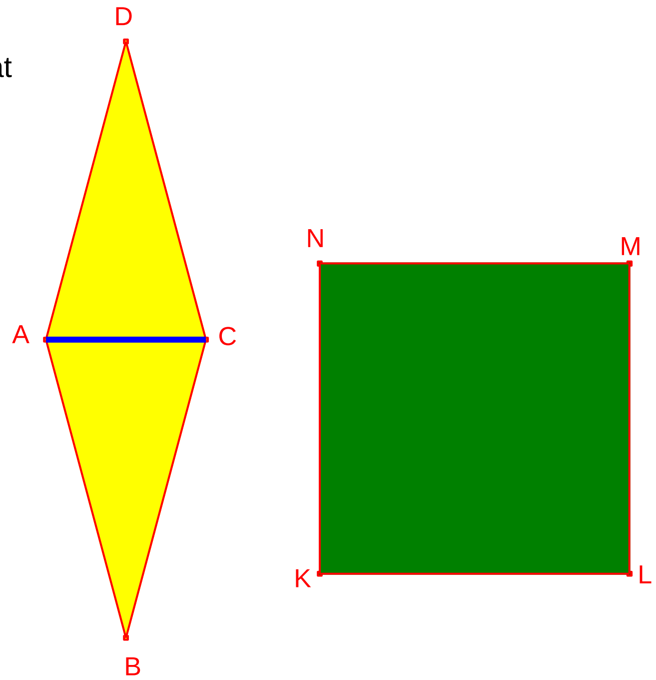
Àrea d'un quadrat.



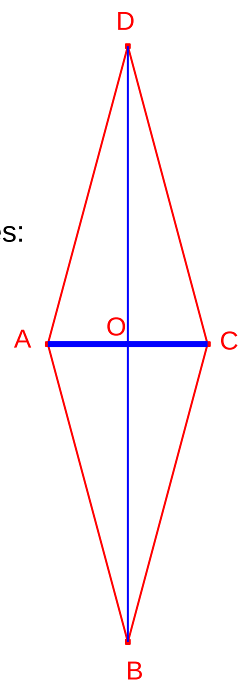
En la figura l'àrea del rombe ABCD és la meitat de l'àrea del quadrat KLMN i totsdós tenen els costats iguals.
Siga $x = \overline{AC}$ diagonal del rombe.

a) Si $x = 1\,\text{cm}$ calculeu l'àrea $S(1)$ del quadrat KLMN.
b) b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{AC}$	$S(x)$ àrea del quadrat
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
x	

c) Quin tipus de funció és? Escriu les seues característiques. Representeu la funció.
d) Si l'àrea del quadrat KLMN és $100\ \text{cm}^2$ determineu el valor de x.
e) Determineu els valors de $x = \overline{AC}$ tals que l'àrea del quadrat KLMN és menor o igual que $200\ \text{cm}^2$

Solució:
a) b)



Siga $c = \overline{AB} = \overline{KL}$ costats del rombe ABCD i del quadrat KLMN, respectivament.
Siga $\overline{BD} = y$ diagonal del rombe ABCD.
L'àrea del rombe és igual a la meitat de l'àrea del quadrat. Aleshores:

$$\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}c^2.$$

$$c^2 = xy \qquad (1)$$

Siga O la intersecció de les diagonals del rombe.
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AOD}$:

$$c^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 \qquad (2)$$

Substituint l'expressió (1) en l'expressió (2):

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = xy.$$

$$y^2 - 4xy + x^2 = 0.$$

Resolent l'equació en la incògnita y:

$y = \left(2+\sqrt{3}\right)x$.

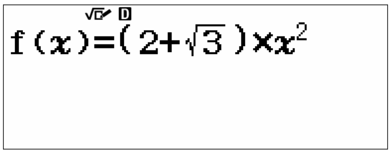
L'àrea del quadrat KLMN és:

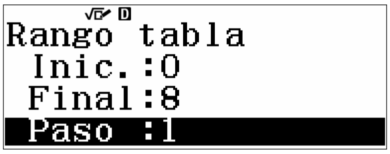
$S_{KLMN} = c^2 = xy$.

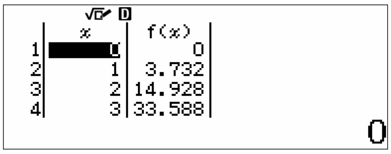
$S(x) = \left(2+\sqrt{3}\right)x^2$, $x \in [0, +\infty[$.

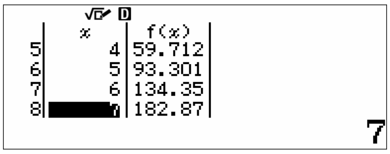
$S(1) = 2+\sqrt{3} \approx 3.73 \text{ cm}^2$.

Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:





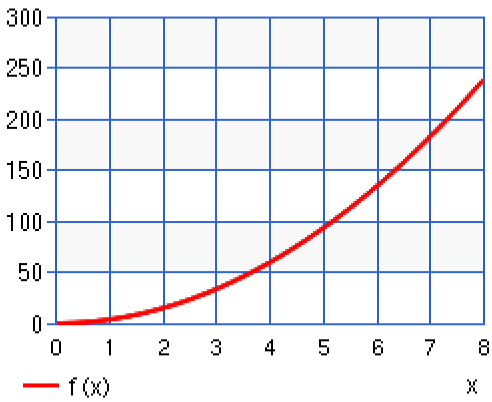




c)

La funció és una paràbola còncava.

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:

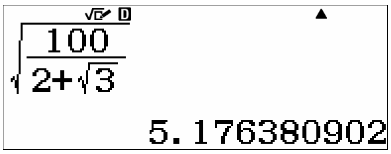


d)

Si l'àrea del quadrat KLMN és 100 cm^2, $S(x) = 100$.

$\left(2+\sqrt{3}\right)x^2 = 100$.

$x = \sqrt{\dfrac{100}{2+\sqrt{3}}}$. Utilitzant la calculadora:



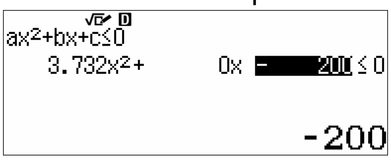
Aleshores, l'àrea del quadrat KLMN és 100 cm^2 quan $x \approx 1.27 \text{ cm}$.

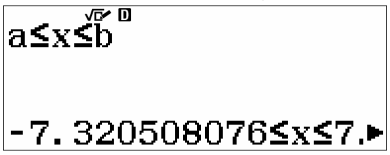
d)

Si l'àrea del quadrat KLMN és menor o igual que 200 cm^2, $S(x) \leq 200$.

$\left(2+\sqrt{3}\right)x^2 - 200 \leq 0$.

Per resoldre la inequació utilitzarem el menú INEQUACIONS:





Aleshores, l'àrea del quadrat KLMN és menor o igual que 200 cm^2 quan:

$0 \leq x \leq 7.32$.