



Àrea d'un triangle.

Siga el triangle rectangle isòsceles $\triangle ABC$ $A = 90^\circ$, $\overline{BC} = 10$ cm.

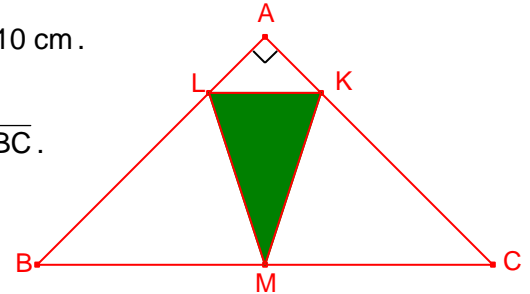
Siga M el punt mig del costat \overline{BC} .

Construïm el triangle $\triangle KLM$, amb el costat \overline{KL} paral·lel a \overline{BC} .

a) Si $\overline{KL} = 2$ cm, calculeu l'àrea del triangle $\triangle KLM$.

b) Ompliu la següent taula:

| $x = \overline{KL}$ | Àrea de $\triangle KLM$ |
|---------------------|-------------------------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |
| 9 | |
| 10 | |
| x | $S(x) =$ |



c) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

d) Si l'àrea del triangle $\triangle KLM$ és 4 cm^2 quin és el valor de x ?

e) Per a quin valor x l'àrea del triangle $\triangle KLM$ és màxima?

f) Si l'àrea del triangle $\triangle KLM$ és major o igual que 4 cm^2 quins valors pot tenir x ?

g) Per a quin valor de x el triangle $\triangle KLM$ és equilàter.

Solució:

$$\overline{BM} = 5, \overline{PM} = \frac{x}{2}.$$

$$\overline{BP} = \overline{LP} = 5 - \frac{x}{2}.$$

\overline{LP} és igual a l'altura del triangle $\triangle KLM$ sobre la base \overline{KL} .

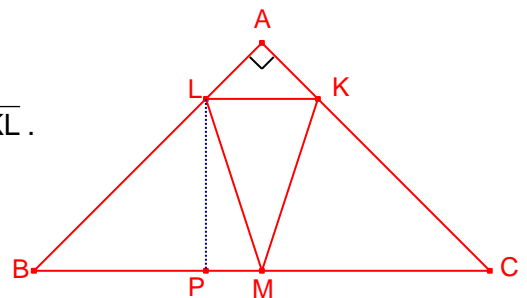
L'àrea del triangle $\triangle KLM$ és:

$$S(x) = \frac{1}{2}x \left(5 - \frac{x}{2} \right).$$

$$S(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x, \quad x \in [0, 10].$$

$$S(2) = 4 \text{ cm}^2$$

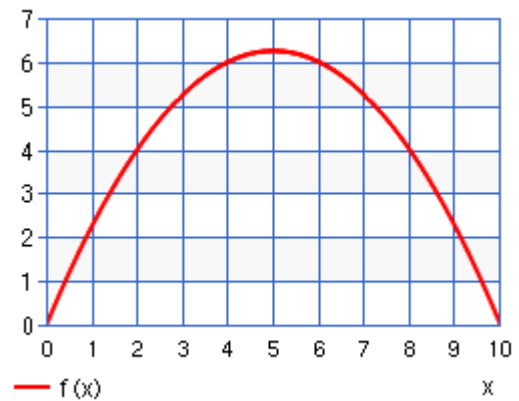
La funció és una paràbola convexa.



Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------|---|---|---|----|------|----|---|----|------|--|--|---|------|---|---|---|------|---|---|---|------|--|
| $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x$ | | Rangó taula Inic.: 0 Final: 10 Paso: 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>2.25</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>5.25</td></tr> </table> | x | f(x) | 1 | 0 | 2 | 2.25 | 3 | 4 | 4 | 5.25 | | <table border="1"> <tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>6.25</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td></tr> <tr><td>8</td><td>5.25</td></tr> </table> | x | f(x) | 5 | 6 | 6 | 6.25 | 7 | 6 | 8 | 5.25 | |
| x | f(x) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 2.25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 5.25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | f(x) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | 6.25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 5.25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 0 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr> <tr><td>9</td><td>4</td></tr> <tr><td>10</td><td>2.25</td></tr> <tr><td>11</td><td>0</td></tr> <tr><td>12</td><td></td></tr> </table> | x | f(x) | 9 | 4 | 10 | 2.25 | 11 | 0 | 12 | | | | | | | | | | | | | | |
| x | f(x) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 2.25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació

$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x = 0$ amb ajut de la calculadora:

| | |
|--------------------------------------|------------------------------|
| ax^2+bx+c $- 0.25x^2+ 2.5x + 0$ | |
| 0 | |
| $ax^2+bx+c=0$ $X_1=$ | $ax^2+bx+c=0$ $X_2=$ |
| 10 | |
| $Máx de y=ax^2+bx+c$ $x=$ | $Máx de y=ax^2+bx+c$ $y=$ |
| 5 | |
| $\frac{25}{4}$ | |

Els punts de tall són $(0, 0)$, $(10, 0)$.

El vèrtex és $V\left(5, \frac{25}{4}\right)$.

L'àrea màxima s'assoleix quan $x = 5$ cm, $S(5) = \frac{25}{4} = 6.25$ cm².

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle KLM és 4 cm^2 , resoldrem l'equació:

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x = 4.$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - 4 = 0.$$

$$ax^2+bx+c$$

$$- 0.25x^2+ 2.5x - 4$$

| | |
|---------------|---------------|
| $ax^2+bx+c=0$ | $ax^2+bx+c=0$ |
| $x_1 =$ | $x_2 =$ |
| 8 | 2 |

L'àrea del triangle KLM és 4 cm^2 quan:

$$x = 8 \text{ cm}, x = 2 \text{ cm}.$$

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle KLM és major o igual 4 cm^2 , resoldrem la inequació:

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x \geq 4.$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - 4 \geq 0.$$

| | |
|--|---|
| $1: ax^2+bx+c > 0$ $2: ax^2+bx+c < 0$ $3: ax^2+bx+c \geq 0$ $4: ax^2+bx+c \leq 0$ | $ax^2+bx+c \geq 0$ $- 0.25x^2+ 2.5x - 4 \geq 0$ $- 4$ |
|--|---|

$$a \leq x \leq b$$

$$2 \leq x \leq 8$$

L'àrea del triangle KLM és major o igual 4 cm^2 quan:

$$x \in [2, 8].$$

g)

El triangle KLM és equilàter quan $\overline{LP} = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{KL}$:

$$5 - \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem la funció SOLVE de la calculadora:

| | |
|---|---|
| $5 - \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ | $5 - \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ |
| | $x = 3.660254038$ |
| | $L-R = 0$ |

El triangle és equilàter quan $x \approx 3.66$.