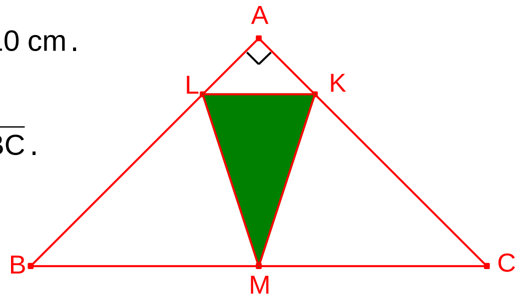
Àrea d’un triangle.



Siga el triangle rectangle isòsceles $\overset{\Delta}{ABC}$ $A = 90º$, $\overline{BC} = 10\ cm$.

Siga M el punt mig del costat $\overline{BC}$.

Construïm el triangle $\overset{\Delta}{KLM}$, amb el costat $\overline{KL}$ paral·lel a $\overline{BC}$.

a) Si $\overline{KL} = 2\ cm$, calculeu l’àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{KL}$	Àrea de $\overset{\Delta}{KLM}$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
x	$S(x) =$

c) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

d) Si l’àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és $4\ cm^2$ quin és el valor de x?.

e) Per a quin valor x l’àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és màxima?.

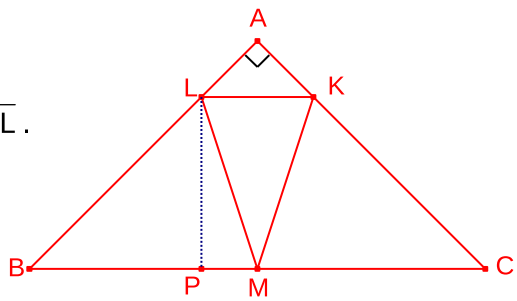
f) Si l’àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$és major o igual que $4\ cm^2$ quins valors pot tenir x?.

g) Per a quin valor de x el triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és equilàter.

Solució:

$\overline{BM} = 5$, $\overline{PM} = \frac{x}{2}$.

$\overline{BP} = \overline{LP} = 5 - \frac{x}{2}$.



$\overline{LP}$ és igual a l’altura del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ sobre la base $\overline{KL}$.

L’àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és:

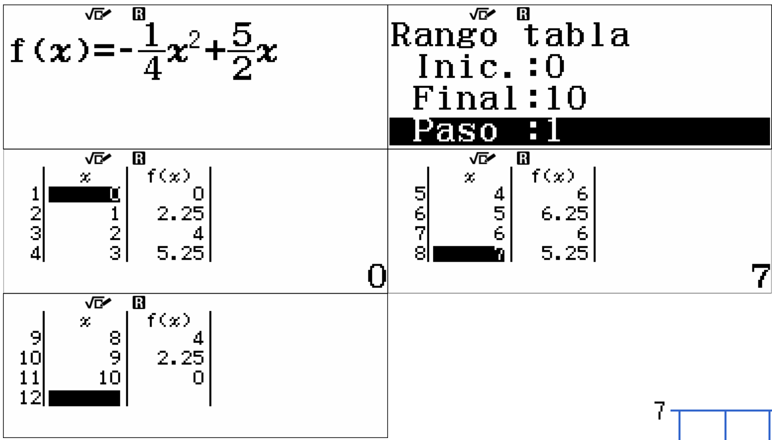
$$S(x) = \frac{1}{2} x \left(5 - \frac{x}{2}\right).$$

$$S(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x,\ \ x \in [0, 10].$$

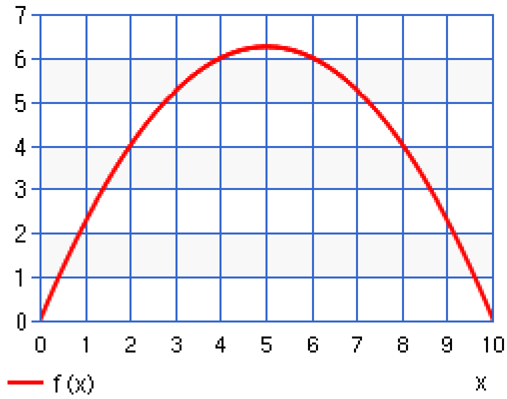
$S(2) = 4\ cm^2$

La funció és una paràbola convexa.

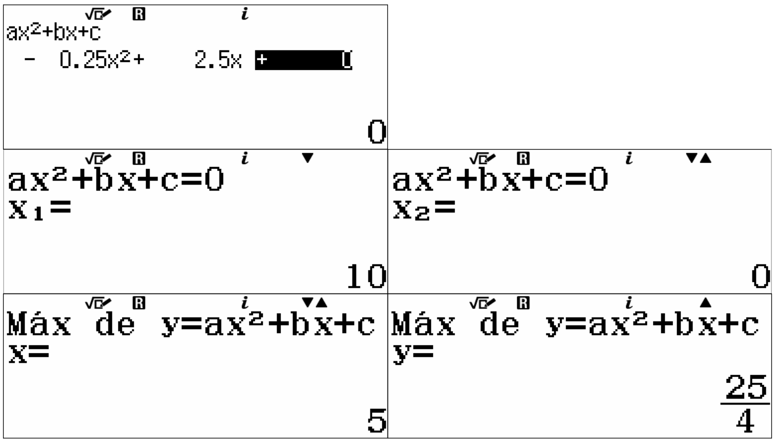
Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:



Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació $-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x=0$ amb ajut de la calculadora:



Els punts de tall són $(0,0)$, $(10,0)$.

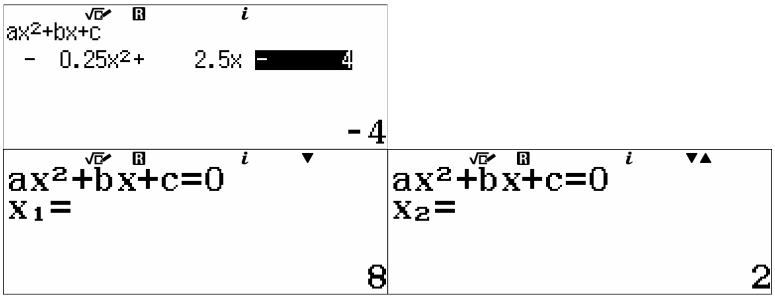
El vèrtex és $V\left(5,\frac{25}{4}\right)$.

L'àrea màxima s'assoleix quan $x=5$ cm, $S(5)=\frac{25}{4}=6.25\ \text{cm}^2$.

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és $4\ cm^2$, resoldrem l'equació:

$-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x=4$.

$-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x-4=0$.



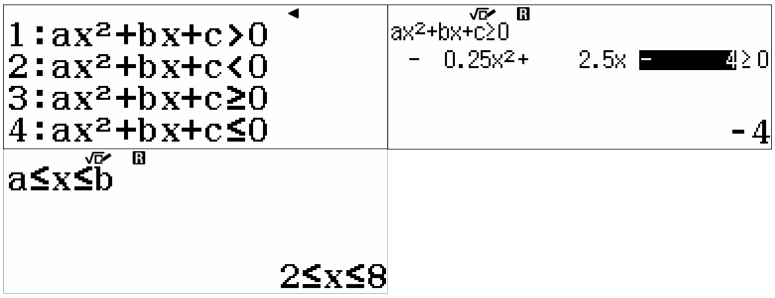
L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és $4\ cm^2$ quan:

$x=8\ cm$, $x=2\ cm$.

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és major o igual $4\ cm^2$, resoldrem la inequació:

$-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x\geq 4$.

$-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x-4\geq 0$.



L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és major o igual $4\ cm^2$ quan:

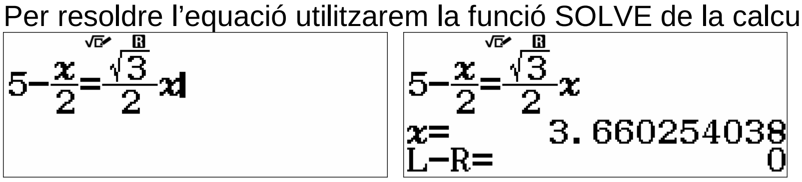
$x\in[2,8]$.

g)

El triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és equilàter quan $\overline{LP}=\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{KL}$:

$5-\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x$.

Per resoldre l'equació utilitzarem la funció SOLVE de la calculadora:



El triangle és equilàter quan $x\approx 3.66$.