



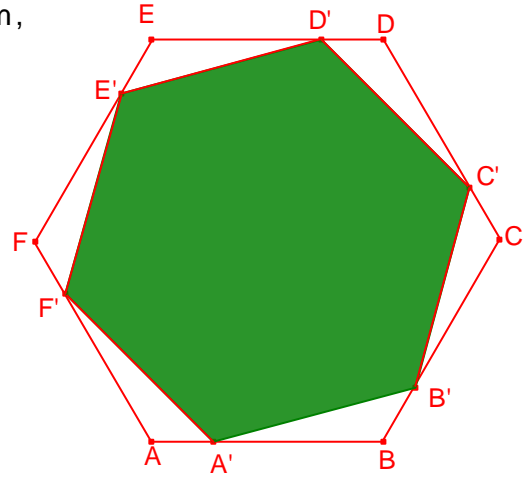
Àrea d'un hexàgon.

Donat l'hexàgon regular ABCDEF de costat $\overline{AB} = 10$ cm, construïm l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F'.

a) Si $\overline{AA'} = 1$ cm, calculeu l'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F'.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{AA'}$	Àrea A'B'C'D'E'F'
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
x	S(x) =



c) Determineu el domini de la funció.

d) Dibuixeu la funció S(x). Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

e) Si l'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F' és 225 cm^2 , quin és el valor de x?.

f) Per a quin valor x l'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F' és mínima?.

g) Si l'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F' és menor o igual que 225 cm^2 quins valors pot tenir x?.

Solució:

Si $x = \overline{AA'}$, aleshores, $\overline{A'B} = \overline{AF} = 10 - x$.

L'àrea de l'hexàgon regular ABCDEF és igual a l'àrea de sis triangles equilàters de costats 10:

$$S_{\text{ABCDEF}} = 6 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} 10^2 \right) = 150\sqrt{3}.$$

Aplicant la fórmula trigonomètrica de l'àrea:

$$S_{\text{AA'F'}} = \frac{1}{2} x(10 - x) \sin 120^\circ = \frac{x(10 - x)\sqrt{3}}{4}.$$

L'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F' és:

$$S_{\text{A'B'C'D'E'F'}} = S_{\text{ABCDEF}} - 6 \cdot S_{\text{AA'F'}}.$$

$$S(x) = 150\sqrt{3} - 6 \frac{x(10 - x)\sqrt{3}}{4}. \text{ Simplificant:}$$

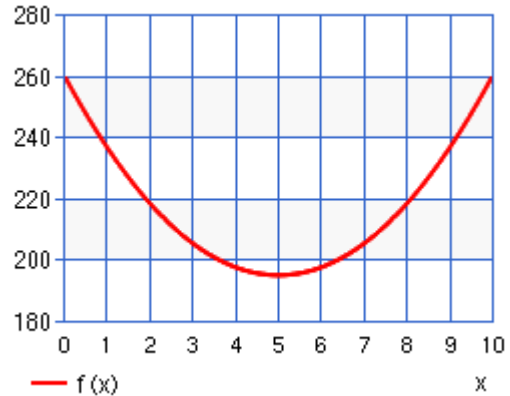
$$S(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2} (x^2 - 10x + 100), \quad x \in [0, 10].$$

La funció és una paràbola còncaua.

Per construir la taula utilitzarem el menú *TAULA* de la calculadora:

$f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{2}(x^2 - 10x + 100)$		Rango tabla Inic.: 0 Final: 10 Paso : 1																					
<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>1</td><td>259.8</td></tr> <tr><td>2</td><td>236.42</td></tr> <tr><td>3</td><td>218.23</td></tr> <tr><td>4</td><td>205.24</td></tr> </table>	x	f(x)	1	259.8	2	236.42	3	218.23	4	205.24		<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>5</td><td>197.45</td></tr> <tr><td>6</td><td>194.85</td></tr> <tr><td>7</td><td>197.45</td></tr> <tr><td>8</td><td>205.24</td></tr> </table>	x	f(x)	5	197.45	6	194.85	7	197.45	8	205.24	
x	f(x)																						
1	259.8																						
2	236.42																						
3	218.23																						
4	205.24																						
x	f(x)																						
5	197.45																						
6	194.85																						
7	197.45																						
8	205.24																						
	0		7																				
<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>9</td><td>218.23</td></tr> <tr><td>10</td><td>236.42</td></tr> <tr><td>11</td><td>259.8</td></tr> </table>	x	f(x)	9	218.23	10	236.42	11	259.8															
x	f(x)																						
9	218.23																						
10	236.42																						
11	259.8																						

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



$$S(1) = \frac{273\sqrt{3}}{2} \approx 236.42 \text{ cm}^2.$$

Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació

$\frac{3\sqrt{3}}{2}(x^2 - 10x + 100) = 0$ amb ajut del menú *EQUACIONS* de la calculadora:

ax^2+bx+c $2.598x^2 - 25.98x + 259.8$	
259.8076211	
$ax^2+bx+c=0$ $X_1 =$	$ax^2+bx+c=0$ $X_2 =$
$5+5\sqrt{3}i$	$5-5\sqrt{3}i$
Mìn de $y=ax^2+bx+c$ $x =$	Mìn de $y=ax^2+bx+c$ $y =$
5	194.8557159

La paràbola no té punts de tall amb l'eix d'abscisses

L'eix de simetria és $x = 5$

El vèrtex és $V\left(5, \frac{225\sqrt{3}}{2}\right)$.

L'àrea mínima s'assoleix quan $x = 5$, $S(5) = \frac{225\sqrt{3}}{2} \approx 194.86 \text{ cm}^2$.

Per calcular el valor x tal que l'àrea de l'hexàgon regular $A'B'C'D'E'F'$ és 225 cm^2 resoldrem l'equació:

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}(x^2 - 10x + 100) = 225.$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}10x + \frac{3\sqrt{3}}{2}100 - 225 = 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú *EQUACIONS* de la calculadora:

Calculator screen showing the quadratic equation ax^2+bx+c with $a=2.598$, $b=-25.98$, and $c=34.807$. The solutions are $x_1 = 8.406250193$ and $x_2 = 1.593749807$.

Calculator screen showing the quadratic equation $ax^2+bx+c=0$ with solutions $x_1 = 8.406250193$ and $x_2 = 1.593749807$.

L'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F' és 225 cm^2 quan $x \approx 8.41 \text{ cm}$, $x \approx 1.59 \text{ cm}$.

Per calcular els valors x tal que l'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F' és menor o igual que 225 cm^2 resoldrem la inequació:

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}(x^2 - 10x + 100) \leq 225.$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}10x + \frac{3\sqrt{3}}{2}100 - 225 \leq 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú *INEQUACIONS* de segon grau de la calculadora:

Calculator screen showing the quadratic inequality $ax^2+bx+c \leq 0$ with $a=2.598$, $b=-25.98$, and $c=34.807$. The solution is $1.593749807 \leq x \leq 8.406250193$.

L'àrea de l'hexàgon regular A'B'C'D'E'F' és menor o igual que 225 cm^2 quan $x \in [1.59, 8.41]$ aproximadament.