



Funció hipèrbola.

Donat el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = 12$, considerem els punts M i N dels costats \overline{BC} i \overline{CD} , respectivament, tal que $\overline{BM} = \overline{DN} = x$.

Els segments \overline{AM} , \overline{AN} tallen la diagonal \overline{BD} en els punts P, Q, respectivament.

Siga $\alpha = \angle MAN$.

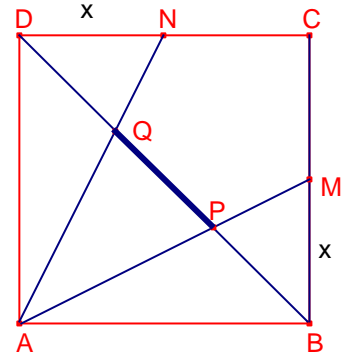
Determineu la mesura del segment \overline{PQ} en funció de $\overline{BM} = x$

Siga la funció $f(x) = \overline{PQ}$. Dibuixeu-la.

Calculeu la mesura del segment \overline{PQ} quan $x = 3$.

Calculeu x a fi que P i Q divideixen la diagonal en tres parts iguals.

Calculeu x a fi que \overline{PQ} siga igual a $\frac{1}{4}$ de la diagonal.



Solució:

$$\overline{BD} = 12\sqrt{2}$$

Els triangles $\triangle APD$, $\triangle BPM$ són semblants. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{x}{12} = \frac{\overline{PB}}{12\sqrt{2} - \overline{PB}}. \text{ Resolent l'equació:}$$

$$\overline{PB} = 12\sqrt{2} \cdot \frac{x}{x+12}.$$

$$\overline{PQ} = 12\sqrt{2} - 2 \cdot \overline{PB} = 12\sqrt{2} \cdot \frac{-x+12}{x+12}.$$

$$f(x) = 12\sqrt{2} \cdot \frac{-x+12}{x+12}, \quad x \in [0, 12].$$

Calculem una taula de la funció amb el menú *TAULA* de la calculadora:

$f(x) = 12\sqrt{2} \cdot \frac{-x+12}{x+12}$		Rango tabla Inic.: 0 Final: 12 Paso: 1																					
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>16.97</td></tr> <tr><td>2</td><td>14.359</td></tr> <tr><td>3</td><td>12.121</td></tr> <tr><td>4</td><td>10.182</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	16.97	2	14.359	3	12.121	4	10.182	0	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>8.4852</td></tr> <tr><td>6</td><td>6.9878</td></tr> <tr><td>7</td><td>5.6568</td></tr> <tr><td>8</td><td>4.4659</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	8.4852	6	6.9878	7	5.6568	8	4.4659	7
x	f(x)																						
1	16.97																						
2	14.359																						
3	12.121																						
4	10.182																						
x	f(x)																						
5	8.4852																						
6	6.9878																						
7	5.6568																						
8	4.4659																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>3.3941</td></tr> <tr><td>10</td><td>2.4243</td></tr> <tr><td>11</td><td>1.5427</td></tr> <tr><td>12</td><td>0.7378</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	9	3.3941	10	2.4243	11	1.5427	12	0.7378	11												
x	f(x)																						
9	3.3941																						
10	2.4243																						
11	1.5427																						
12	0.7378																						

Per dibuixar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Amb la TAULA de la funció calculem $f(3)$.

$$f(3) = 10.182.$$

Calculem el valor x tal que P i Q divideixen la diagonal en tres parts iguals, és a dir,

$$f(x) = \frac{\overline{PQ}}{3}.$$

$$12\sqrt{2} \cdot \frac{-x+12}{x+12} = \frac{12\sqrt{2}}{3}. \text{ Simplificant: } \frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{3}.$$

$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{3}$	$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{3}$
	$x = 6$
	$L-R = 0$

$x = 6$, és a dir, M és el punt mig del costat \overline{BC} .

Calculem el valor x tal que \overline{PQ} siga igual a $\frac{1}{4}$ de la diagonal, és a dir, $f(x) = \frac{\overline{PQ}}{4}$

$$12\sqrt{2} \cdot \frac{-x+12}{x+12} = \frac{12\sqrt{2}}{4}. \text{ Simplificant: } \frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{4}.$$

$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{4}$	$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{4}$
	$x = 7.2$
	$L-R = 0$

$x = 7.2$.