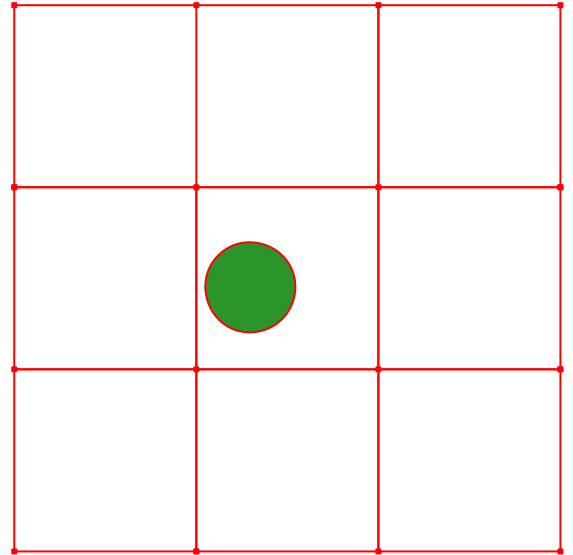




Llançar un disc.

Problema 1

Sobre un terra de rajoles quadrades de 40 cm de costat llançem un disc de 10 cm de diàmetre. Calculeu la probabilitat que el disc no toque cap ratlla.



Solució:

Siga el succés X el disc llançat no talla cap ratlla.

Considerem una rajola ABCD de costat 40 cm.

A fi que el disc no talle el perímetre el centre del disc ha d'estar a una distància de 5 cm dels costats.

Els centres d'aquests discs pertanyen al quadrat KLMN de costat:

$$\overline{KL} = 40 - 10 = 30\text{cm.}$$

Els casos possibles són iguals a l'àrea del quadrat ABCD.

Els casos favorables són iguals a l'àrea del quadrat KLMN.

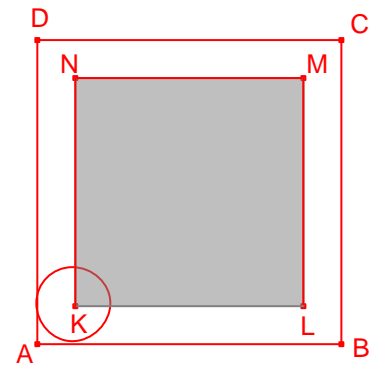
La probabilitat és igual a la proporció entre les àrees dels quadrats:

$$P(X) = \frac{S_{KLMN}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{\overline{KL}}{\overline{AB}}\right)^2.$$

Utilitzant la calculadora:

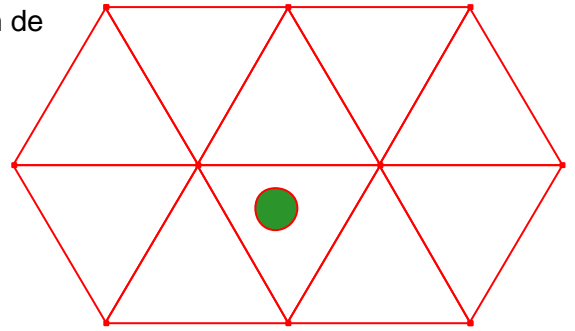
$$\left(\frac{30}{40}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$P(X) = \frac{9}{16}.$$



Problema 2

Sobre un terra de rajoles triangles equilàters de 40 cm de costat llancem un disc de 10 cm de diàmetre. Calculeu la probabilitat que el disc no talle cap ratlla.



Solució:

Siga el succés X el disc llançat no talla cap ratlla.

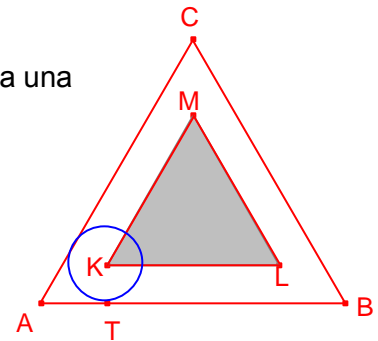
Considerem una rajola ABC de costat 40 cm.

A fi que el disc no talle el perímetre el centre del disc ha d'estar a una distància de 5 cm dels costats del triangle equilàter $\triangle ABC$.

Els centres d'aquests discs pertanyen al triangle equilàter $\triangle KJM$. Calculem el seu costat.

Siga T el punt de tangència de la circumferència de centre K i radi $\overline{KT} = 5$.

$\overline{AK} = 10$.



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle ATK$:

$$\overline{AT} = 5\sqrt{3}.$$

$$\overline{KL} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{AT} = 40 - 10\sqrt{3}.$$

Els casos possibles són iguals a l'àrea del triangle $\triangle ABC$.

Els casos favorables són iguals a l'àrea del triangle $\triangle KJM$.

La probabilitat és igual a la proporció entre les àrees dels triangles:

$$P(X) = \frac{S_{KLM}}{S_{ABC}} = \left(\frac{\overline{KL}}{\overline{AB}} \right)^2.$$

Utilitzant la calculadora:

$$\left(\frac{40 - 10\sqrt{3}}{40} \right)^2 = \frac{19 - 8\sqrt{3}}{16}$$

$$\left(\frac{40 - 10\sqrt{3}}{40} \right)^2 = 0.3214745962$$

$$P(X) = \frac{19 - 8\sqrt{3}}{16} \approx 0.32.$$