

Longitud d'un fil.

Un fil esta enrotllat regularment al voltant d'un tub cilíndric.

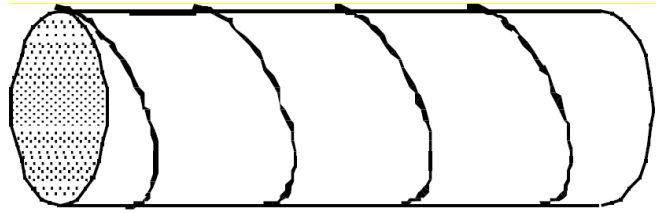
El cilindre té longitud de la circumferència és de 4 cm i longitud 12 cm.

a) Calculeu la longitud del fil si el fil dóna exactament 4 voltes al llarg de tota la seua longitud.

b) Ompliu la següent taula:

n (voltes)	L(n) longitud del fil
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

c) Dibuixeu la gràfica de la successió.

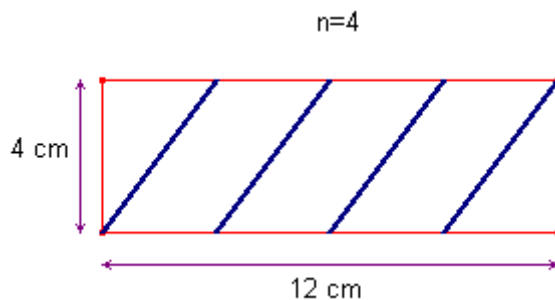


Solució:

a)

Suposem que el fil dóna exactament $n = 4$ voltes al tub.

Efectuant el desenvolupament del tub, ens dóna un rectangle de longitud 12 cm i amplària 4 (longitud de la circumferència).



Una quarta part del fil és igual a la hipotenusa d'un triangle rectangle de catets 4 i $\frac{12}{4}$.

La longitud del fil és:

$$L(4) = 4\sqrt{4^2 + 3^2} = 20 \text{ cm} .$$

b)

Generalitzant el problema:

Si el fil dóna exactament n voltes uniformes:

$$L(n) = n\sqrt{\left(\frac{12}{n}\right)^2 + 4^2} . \text{ Simplificant:}$$

$$L(n) = \sqrt{16n^2 + 144} .$$

Obrim el *Menú Recursió*

Definim la successió:

Recurrencia

$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ [—]

$b_{n+2} :$ [—]

$c_{n+2} :$ [—]

Seleccionar tipo

F1 : $a_n = An + B$

F2 : $a_{n+1} = Aa_n + Bn + C$

F3 : $a_{n+2} = Aa_{n+1} + Ba_n + \dots$

Recurrencia

$a_n = \sqrt{16n^2 + 144}$ [—]

$b_n :$ [—]

$c_n :$ [—]

b)

Construïm la taula de la successió.

n	a _n
1	12.649
2	14.422
3	16.97
4	20

n	a _n
5	23.323
6	26.832
7	30.463
8	34.176

c)

Dibuixem la gràfica de la successió

