Área entre dues corbes

Càlcul d’integrales definides

Problema

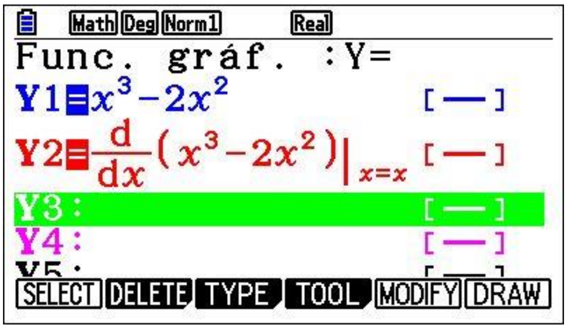
Donada la funció $f(x) = x^3 - 2x^2$, determines els punts d’intersecció de la corba i la seua derivada.

Calculeu l’àrea limitada per la corba i la seua derivada.

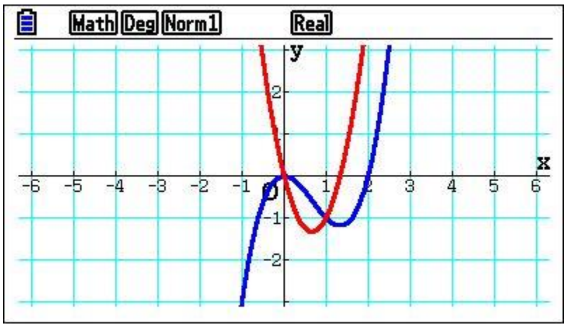
Solució gràfica:

Obrim una finestra gràfica:

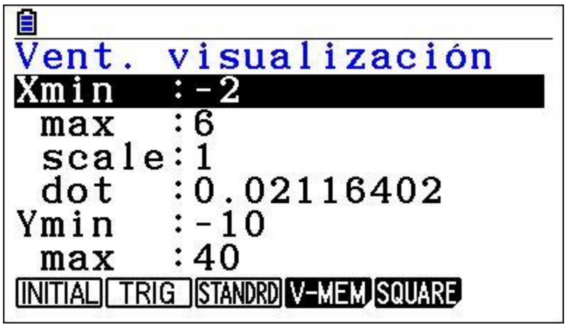
Es defineix la funció f(x) i la seua derivada.

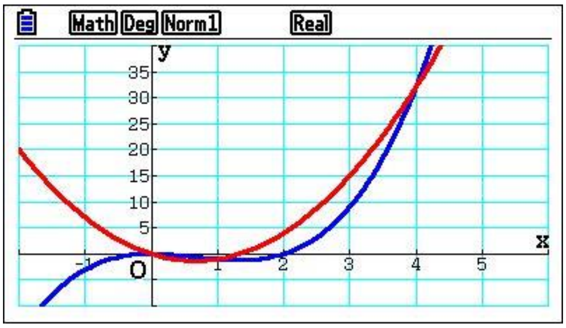


Es representen les dues funcions:

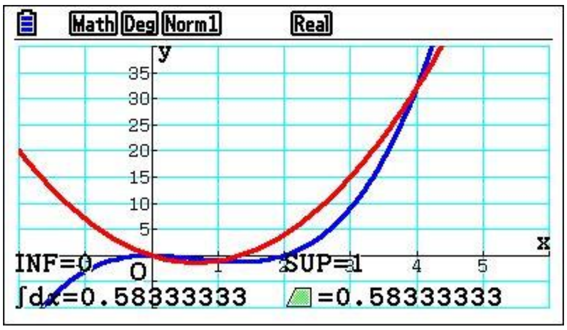


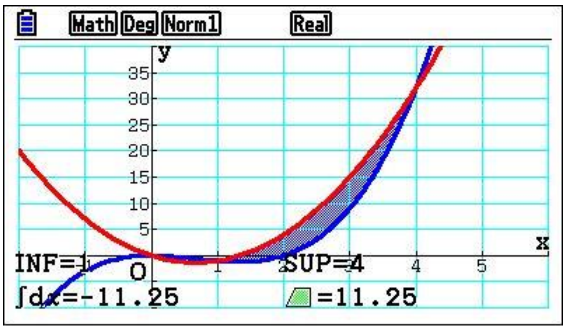
S’escull una escala per poder veure els punts d’intersecció de les dues grafiques.





Amb GSolve-Int, es calcula l’àrea d’intersecció:





L'àrea buscada és igual a la suma de las dues àrees:

$$S = \frac{7}{12} + \frac{45}{4} = \frac{71}{6}.$$

Solució analítica:

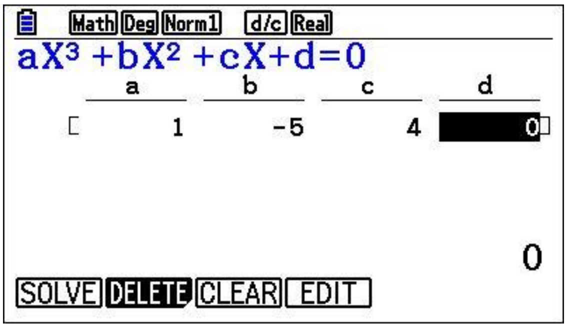
Obrim la finestra *Ecuación*.

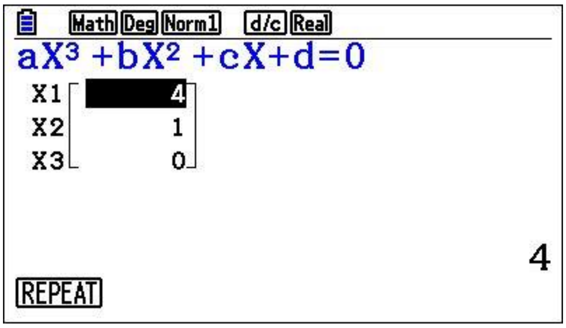
$f'(x) = 3x^2 - 4x$

Es resol l'equació $f(x) = f'(x)$.

$x^3 - 2x^2 = 3x^2 - 4x$.

$x^3 - 5x^2 + 4x = 0$.

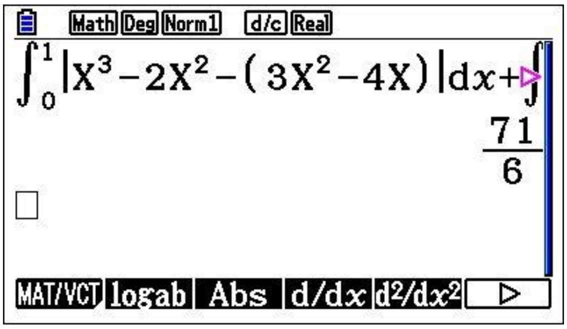




Elspunts de tall de les deus gràfiques són: $x = 0, 1, 4$.

Obrim la finestra principal per calcular l'àrea:

$$\int_0^1 |f(x) - f'(x)| dx + \int_1^4 |f(x) - f'(x)| dx$$



L'àrea buscada és:

$$S = \frac{71}{6} u^2.$$