

### Problema

Es donen els punts  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(1, 0, -1)$ ,  $C(0, 1, -2)$ ,  $D(1, 2, 0)$ .

Obtenui raonadament, escrivint tots els passos de raonament utilitzat:

- L'equació del plànel  $\Pi$  que conté els punts A, B i C.
- La justificació que els quatre punts A, B, C i D, no són coplanaris.
- La distància del punt D al plànel  $\Pi$ . El volum del tetràedre els vèrtexs del qual són A, B, C, D.

*Pau's València juliol 2016. Matemàtiques II*

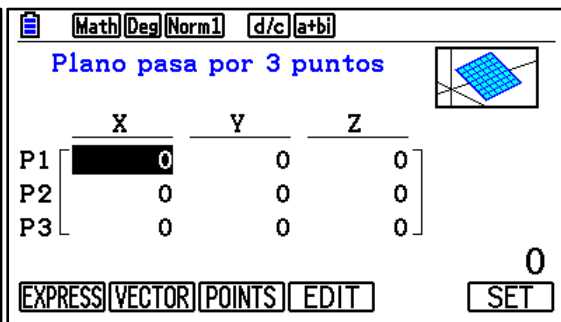
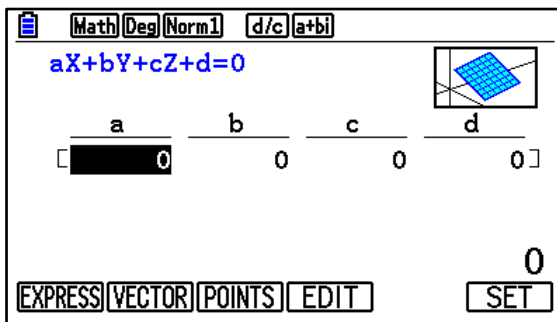
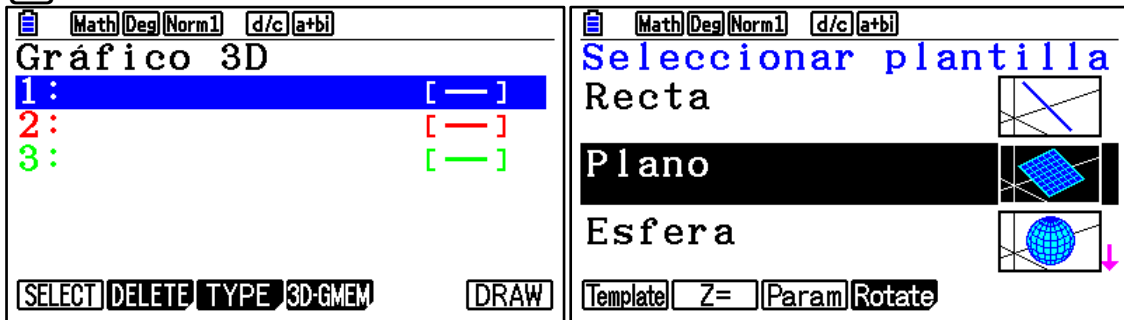
Solució:

a)

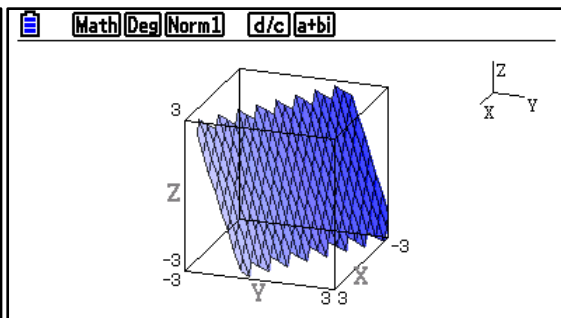
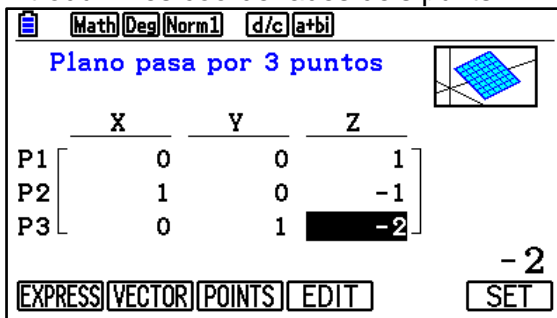
$\overrightarrow{AB} = (1, 0, -2)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (0, 1, -3)$ . Són linealment independents per tant vectors directores del plànel que conté els punts A, B, C.

L'equació general del plànel  $\Pi$  és:

$$\Pi \equiv \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0. \text{ Simplificant: } \Pi \equiv 2x + 3y + z - 1 = 0.$$



Introduïm les coordenades dels punts:



Podem rotar el plànel.

b)

Vegem si D pertany al plànel  $\Pi$ . (vegem si satisfà la seua equació:

$2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 0 - 1 \neq 0$ . Aleshores D no pertany al plànel  $\Pi$ , per tant els quatre punts A, B, C, D no són coplanaris.

c)

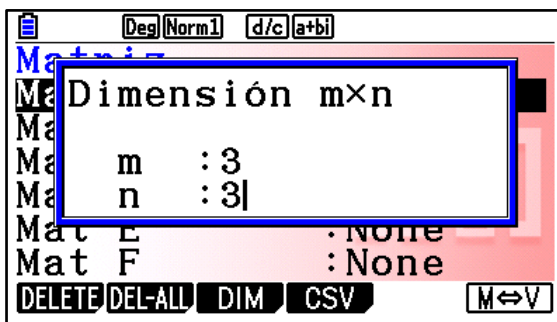
Calculem la distància del punt D al plànel  $\Pi \equiv 2x + 3y + z - 1 = 0$ :

$$d(D, \Pi) = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

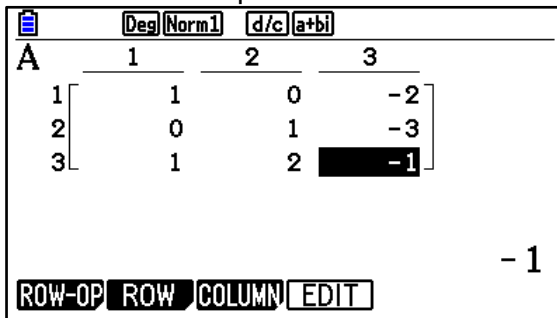
$$\overrightarrow{AD} = (1, 2, -1).$$

El volum de tetràedre format per 4 punts és  $V = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] \right|$ .

**MENU** **1** **F3** **EXE** **3** **EXE** **3**

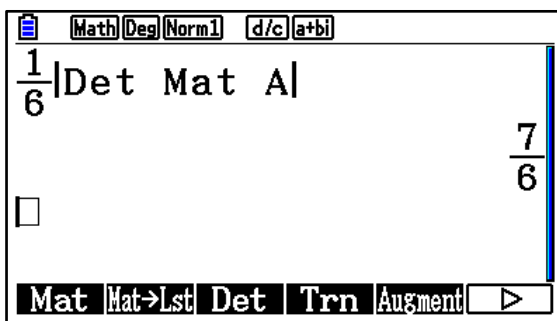


Introduïm les components dels tres vectors: 1



Calculem el volum del tetraedre:

**MENU** **1** **▼** **6** **▶**  
**SHIFT** **4** en el catàleg cerca Abs **EXE**  
**OPTN** **F2** **F3** **F1** **ALPHA** **X,θ,T** **EXE**



$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \frac{7}{6}.$$