

## Punts d'inflexió i el Nombre d'Or

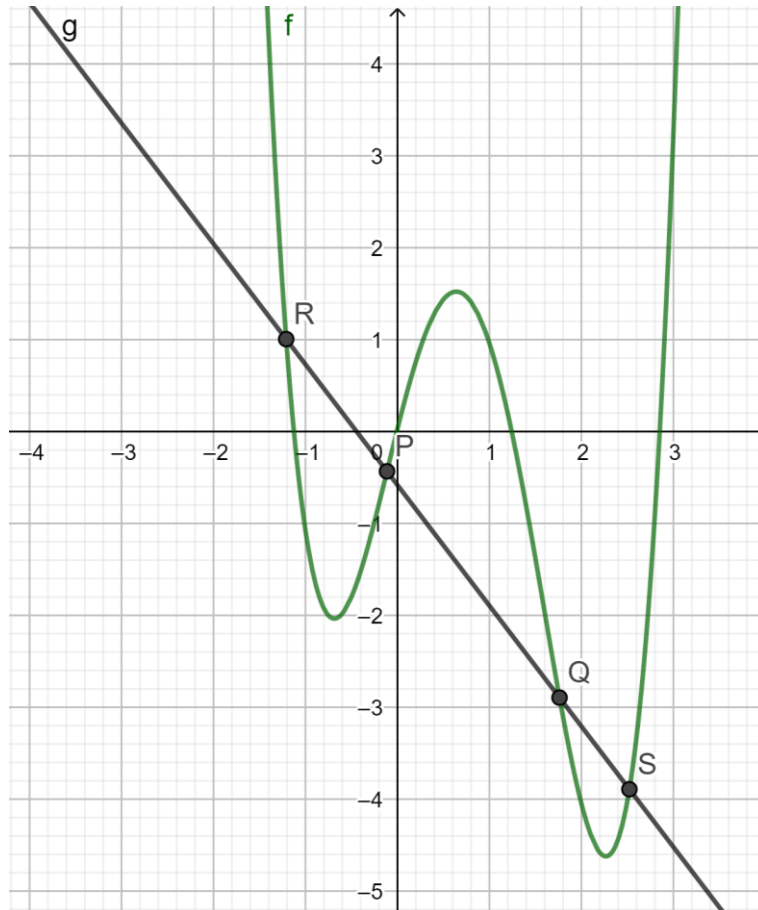
Siga  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  una funció polinòmica de quart grau amb dos punts d'inflexió  $P$  i  $Q$ .

Siga  $r$  la recta que passa pels punts  $P$  i  $Q$

Siguen  $R$  i  $S$  els punts en què la recta  $r$  talla  $f(x)$  (distints de  $P$  i  $Q$ ).

Comproveu que els segments  $\overline{PR}$  i  $\overline{QS}$  són iguals i a més a més,

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{PR}} = \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

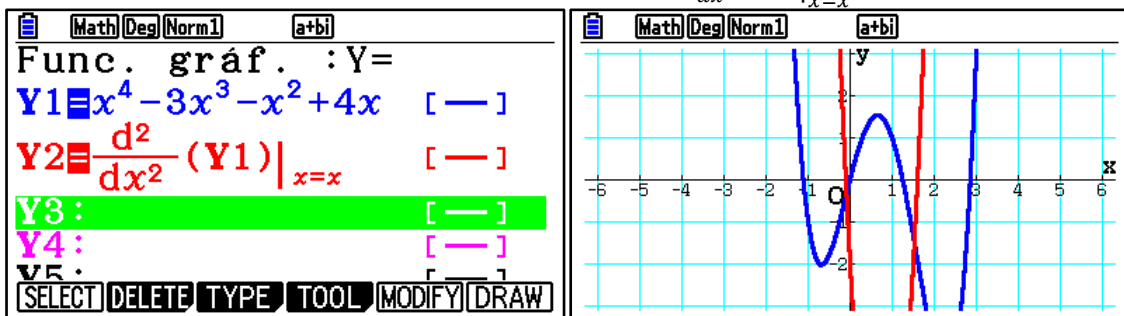


Comprovem el resultat per a  $f(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 4x$

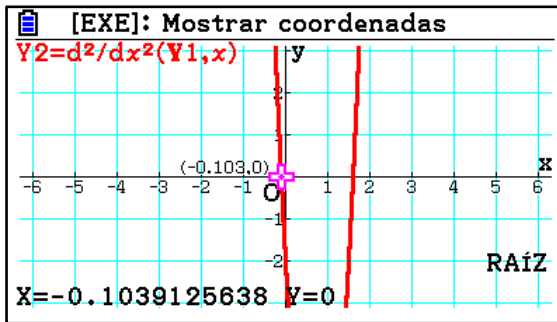
Solució:

Obrin el *Menú Gráfico*

Definim les funcions  $Y1 = x^4 - 3x^3 - x^2 + 4x$ ,  $Y2 = \frac{d^2}{dx^2}(Y1) \Big|_{x=x}$

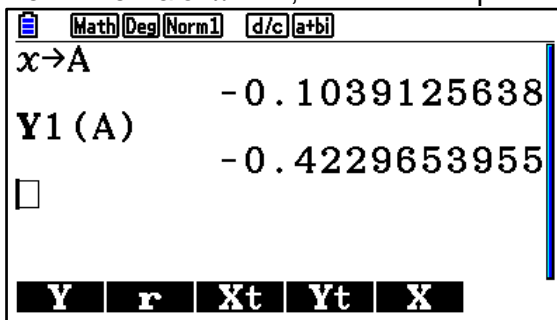


Calculem amb la funció *G-Solv* el primer punt de tall de la funció  $f(x)$  amb l'eix d'abscisses.



Obrim el *Menú Ejec-Mat*

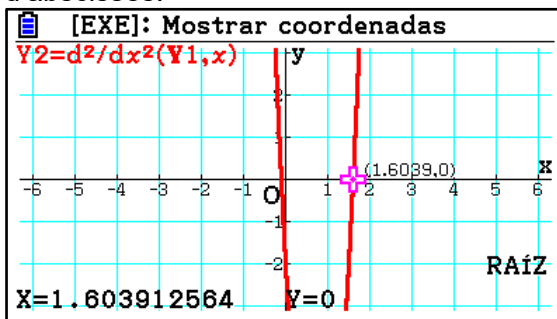
Definim el valor  $x \rightarrow A$ , abscissa del primer punt d'inflexió i calculem  $f(A)$



El primer punt d'inflexió és  $P(-0.1039, -0.4230)$

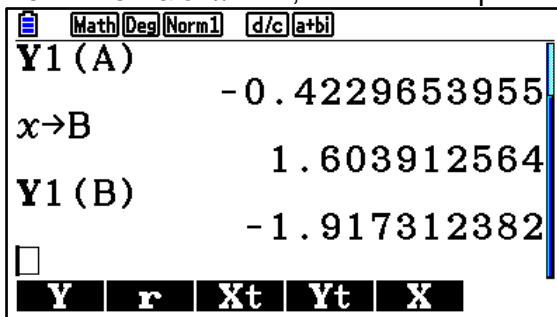
Obrim el *Menú Gráfico*

Calculem amb la funció *G-Solv* el segon punt de tall de la funció  $f(x)$  amb l'eix d'abscisses.



Obrim el *Menú Ejec-Mat*

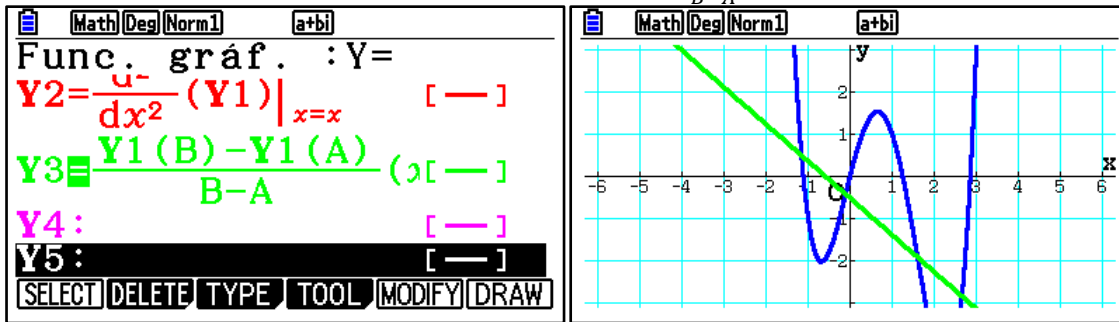
Definim el valor  $x \rightarrow B$ , abscissa del primer punt d'inflexió i calculem  $f(B)$



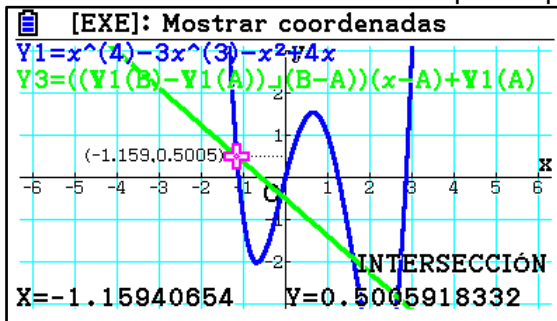
El segon punt d'inflexió és  $Q(1.6039, -1.9173)$

Obrin el *Menú Gráfico*

Definim la recta que passa pels punts R, S  $Y3 = \frac{Y1(B)-Y1(A)}{B-A}(x - A) + Y1(A)$

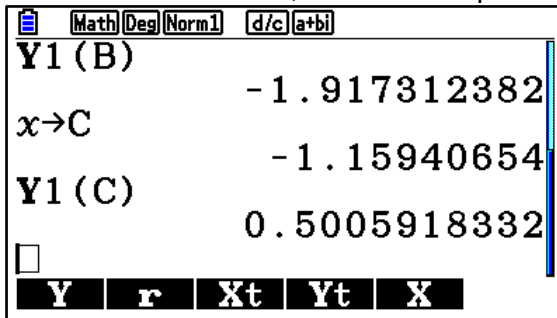


Calculem amb la funció *G-Solv* el primer punt d'intersecció de la funció  $f(x)$  la recta:



Obrim el *Menú Ejec-Mat*

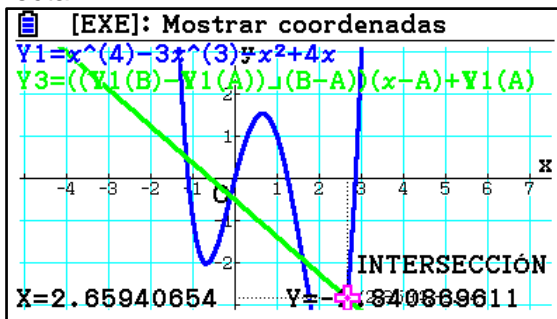
Definim el valor  $x \rightarrow C$ , abscissa del primer punt d'inflexió i calculem  $f(C)$



El primer punt d'intersecció és  $R(-1.1594, 0.5006)$

Obrin el *Menú Gráfico*

Calculem amb la funció *G-Solv* el quart punt d'intersecció de la funció  $f(x)$  amb la recta.



Obrim el *Menú Ejec-Mat*

Definim el valor  $x \rightarrow D$ , abscissa del primer punt d'inflexió i calculem  $f(D)$

| Y      | r | Xt | Yt | X            |
|--------|---|----|----|--------------|
| Y1 (C) |   |    |    | 0.5005918332 |
| x→D    |   |    |    | 2.65940654   |
| Y1 (D) |   |    |    | -2.840869611 |
|        |   |    |    |              |

El quart punt d'intersecció és  $S(2.6594, -2.8409)$

Calculem la mesura  $K = \overline{PQ} = \sqrt{(B - A)^2 + (Y1(B) - Y1(A))^2}$

| Y                                    | r | Xt | Yt | X            |
|--------------------------------------|---|----|----|--------------|
| x→D                                  |   |    |    | 2.65940654   |
| Y1 (D)                               |   |    |    | -2.840869611 |
| $\sqrt{(B-A)^2 + (Y1(B) - Y1(A))^2}$ |   |    |    | 2.269303766  |
|                                      |   |    |    |              |

$K = 2.2693$

Calculem la mesura dels segments

$M = \overline{PR} = \sqrt{(C - A)^2 + (Y1(C) - Y1(A))^2}$ ,  $N = \overline{QS} = \sqrt{(B - D)^2 + (Y1(B) - Y1(D))^2}$

| Y                                    | r | Xt | Yt | X           |
|--------------------------------------|---|----|----|-------------|
| $\sqrt{(C-A)^2 + (Y1(C) - Y1(A))^2}$ |   |    |    | 1.402506858 |
| $\sqrt{(B-D)^2 + (Y1(B) - Y1(D))^2}$ |   |    |    | 1.402506858 |
|                                      |   |    |    |             |

Notem que  $M = N$

Calculem  $\frac{K}{M}$

| Y                                    | r | Xt | Yt | X           |
|--------------------------------------|---|----|----|-------------|
| $\sqrt{(B-D)^2 + (Y1(B) - Y1(D))^2}$ |   |    |    | 1.402506858 |
| $\frac{K}{M}$                        |   |    |    | 1.618033989 |
|                                      |   |    |    |             |

| Y                      | r | Xt | Yt | X           |
|------------------------|---|----|----|-------------|
| $\overline{M}$         |   |    |    | 1.618033989 |
| $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ |   |    |    | 1.618033989 |
|                        |   |    |    |             |

Notem que  $\frac{K}{M} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$