

Problema

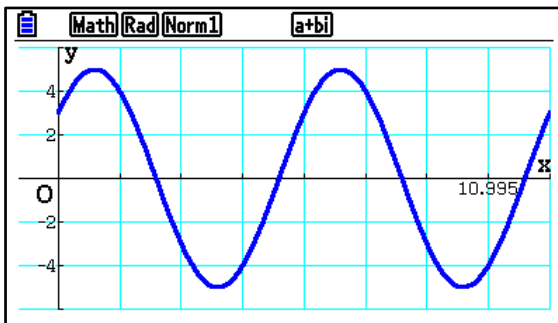
El desplaçament d'una partícula ve definit per la funció $s(t) = 4 \sin t + 3 \cos t$ on $t \geq 0$ t segons i $s(t)$ metres.

- Determineu la posició inicial.
- Determineu el màxim desplaçament des de l'origen de coordenades.
- Determineu el màxim desplaçament des de la posició inicial.
- Calculeu la velocitat màxima.
- Proveu que la acceleració $a(t)$ és $a(t) = -s(t)$
- Descriviu el moviment de la partícula.

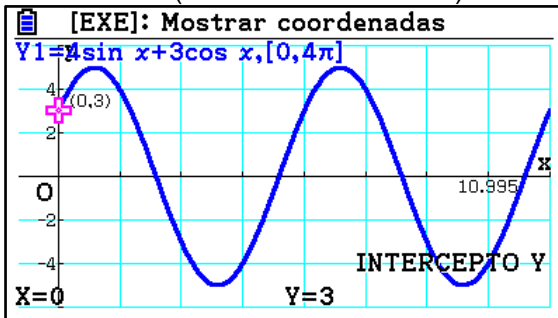
Solució:

a)

Obrim el *Menú Gráfico* i definim la funció $s(t) = 4 \sin t + 3 \cos t$



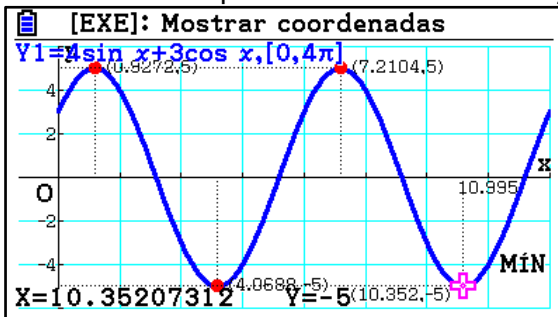
Per calcular la posició inicial calculem el punt de tall de la funció amb l'eix d'ordenades (amb la funció *G-Solv*)



En la posició inicial està a 3 m de l'origen de coordenades.

b)

Per calcular la màxima distància des de l'origen, calculem el màxim i el mínim de la funció i veurem quin dels dos valors és major.



El màxim desplaçament des de l'origen de coordenades és de 5 m.

c)

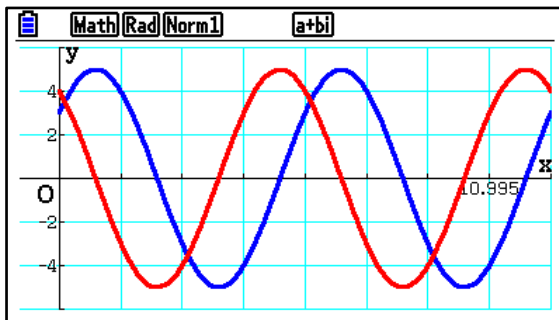
El màxim desplaçament des de la posició inicial és el màxim de la diferència entre la posició inicial i el màxim de la funció, i la diferència entre la posició inicial i el mínim:

$$\text{Màx}\{|5 - 2|, |-5 - 2|\} = 7$$

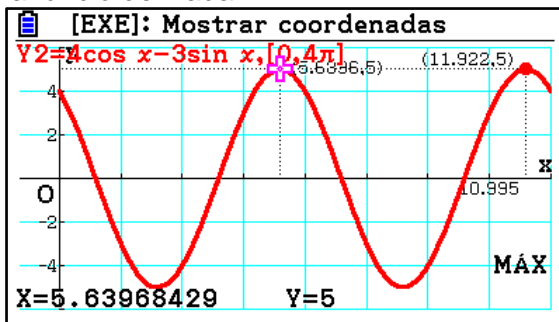
d)

Dibuixem la funció derivada del desplaçament:

$$v(t) = 4 \cos t - 3 \sin t$$



Per calcular la velocitat màxima utilitzarem la funció G-Solve i calcularem el màxim de la funció derivada:



La velocitat màxima s'assoleix quan $x \approx 5.64$ s, 11.92 s i la velocitat màxima és 5 m/s.

e)

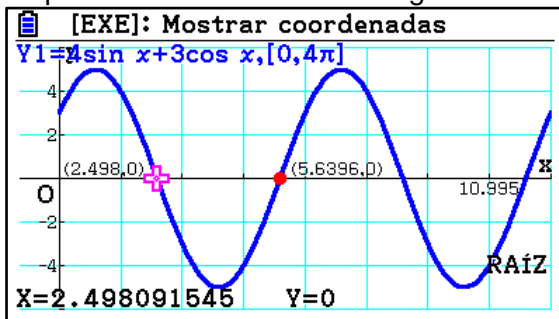
Calculem l'acceleració:

$$a(t) = -4 \sin t - 3 \cos t = -s(t)$$

f)

El moviment és periòdic de període 2π .

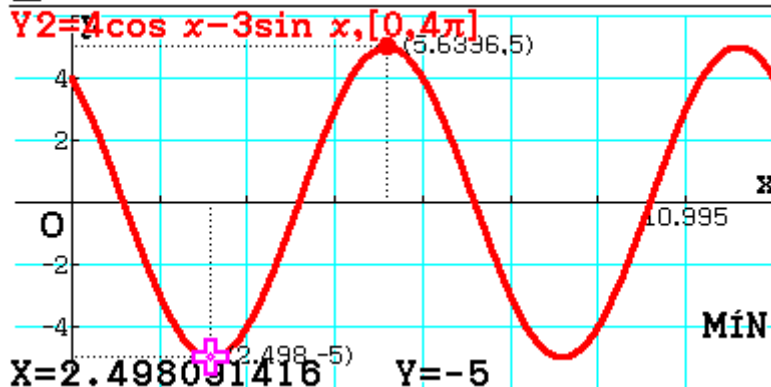
La posició inicial és 3 m de l'origen de coordenades.



Passa per l'origen de coordenades en $t \approx 2.50 + 2\pi k$, $t \approx 5.64 + 2\pi k$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

La distància màxima del desplaçament des de l'origen és 5 m.

[EXE]: Mostrar coordenadas



Entre $[0, 2\pi]$ estudiem la velocitat:

En l'interval $[0, 2.50]$ la velocitat és decreixent.

En l'interval $[2.50, 5.64]$ la velocitat és creixent.

En l'interval $[5.64, 2\pi]$ la velocitat és decreixent.

Nota:

$$s(t) = 4 \sin t + 3 \cos t = 5 \left(\frac{4}{5} \sin t + \frac{3}{5} \cos t \right)$$

Siga $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ aleshores, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

$$s(t) = 4 \sin t + 3 \cos t = 5(\sin t \cdot \cos \alpha + \cos t \cdot \sin \alpha)$$

$$s(t) = 5 \cdot \sin(t + \alpha), \alpha = \arcsin \frac{3}{5}$$